Universität Zürich[UZH]

Institut für Betriebswirtschaftslehre

Service Management: Operations, Strategie und e-Services

Prof. Dr. Helmut M. Dietl

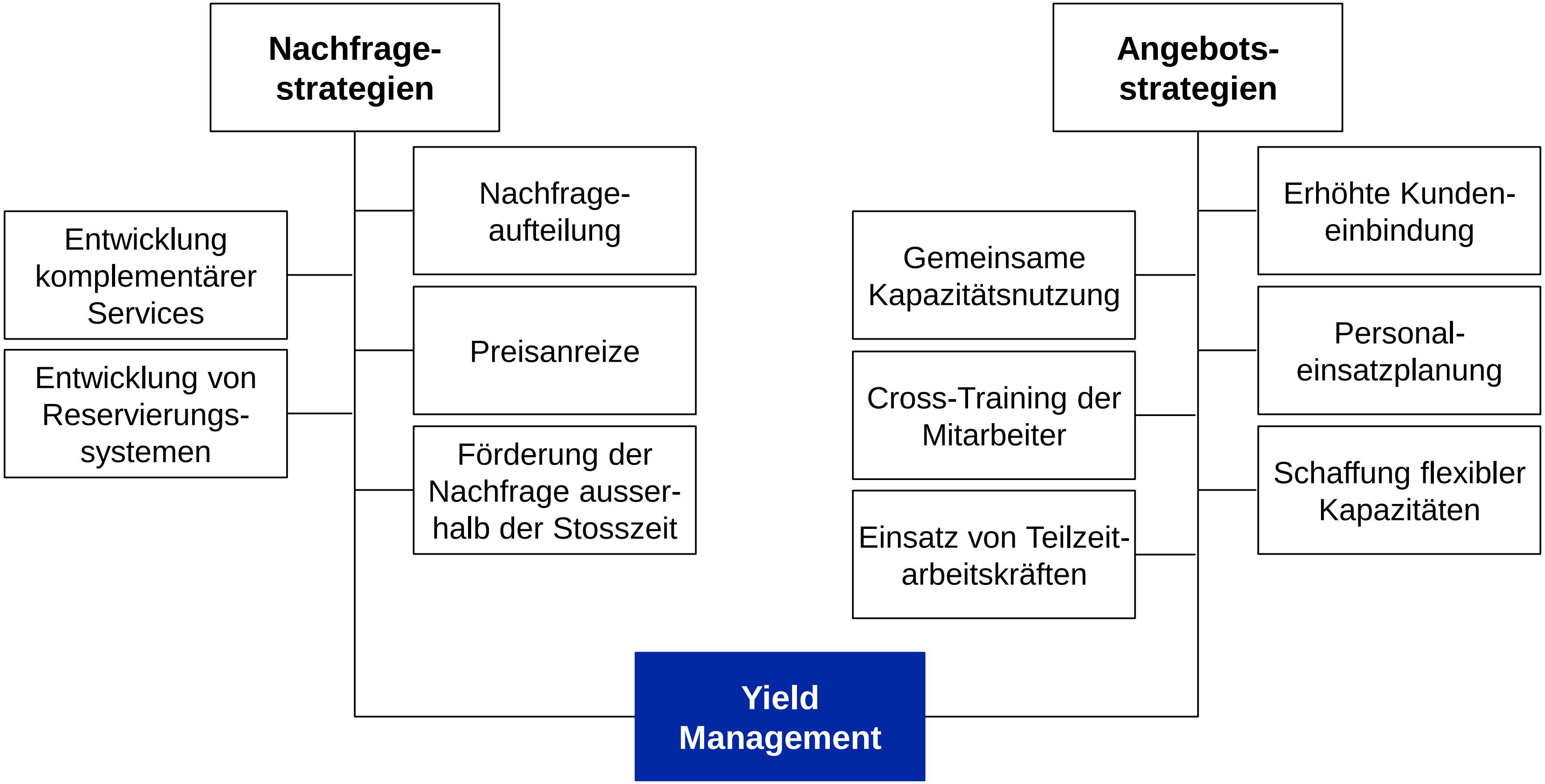
Übersicht

Lernziele

Nach dieser Veranstaltung sollten Sie,

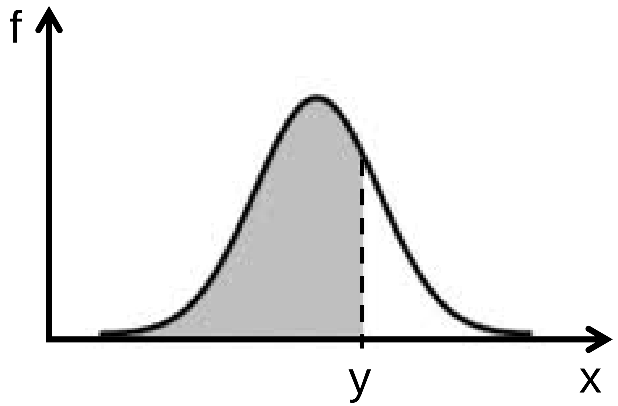
- nachfrage- und angebotsorientierte Strategien zur Angleichung von Angebot und Nachfrage kennen und anwenden können
- das Zeitungsjungenproblem verstehen
- mit den spezifischen Voraussetzungen für das Yield Management vertraut sein
- Yield Management in der Praxis anwenden können

Strategien zur Angleichung von Angebot und Nachfrage bei Dienstleistungen



Das Zeitungsjungenproblem (1/5)

Ein Zeitungsjunge (Newsboy, Newsvendor) kauft Zeitungen beim Verlag für *c* je Stück ein und verkauft sie anschliessend für *p* je Stück. Alle Zeitungen, die er nicht verkaufen kann, werden wertlos (wir werden später den Fall analysieren, wenn die Zeitungen noch einen Restwert haben). Die Nachfrage nach Zeitungen *x* ist stochastisch. Der Zeitungsjunge kennt die Dichtefunktion *f(x)* der Zeitungsnachfrage. Sein Ziel ist es, den erwarteten Gewinn *E[G]* zu maximieren. Der Zeitungsjunge kann dabei nur die Anzahl *y* der von ihm beim Verlag gekauften Zeitungen beeinflussen (bitte beachten Sie, dass wir hier unterstellen, die Nachfrage nach Zeitungen sei eine stetige Zufallsvariable. In Wirklichkeit ist die Nachfrage nach Zeitungen eine diskrete Zufallsvariable).



Das Zeitungsjungenproblem (2/5)

Sein Maximierungsproblem stellt sich wie folgt dar:

(1)
$$\underset{y}{Max}\, E[G] = p\int_{0}^{y} x f(x)dx + py\int_{y}^{\infty} f(x)dx - cy$$

Das Zeitungsjungenproblem (3/5)

Der erwartete Gewinn setzt sich aus drei Teilen zusammen

$$p\int_0^y xf(x)dx$$

Dieser Term beschreibt die Einnahmen des Zeitungsjungen für den Fall, dass er mehr Zeitungen eingekauft hat, als er verkaufen kann (*x*<*y*). In diesem Fall kann er die gesamte Nachfrage *x* befriedigen und erhält dafür jeweils den Preis *p.* Seine Einnahmen sind also gleich *px.* Wir müssen diese Einnahmesumme nun für jeden Wert von *x* unter der Bedingung (*x*<*y*) ermitteln und mit seiner Dichte (Wahrscheinlichkeit) *f(x)* multiplizieren.

$$py\int_y^\infty f(x)dx$$

Dieser Term beschreibt die Einnahmen des Zeitungsjungen für den Fall, dass er weniger Zeitungen eingekauft hat, als er verkaufen kann (*x*>*y*)*.* In diesem Fall könnte er also mehr Zeitungen verkaufen als er hat. Da er aber nur *y* Zeitungen hat, betragen seine Einnahmen in diesem Fall *py.* Diese Einnahmesumme müssen wir nun wiederum mit der Dichte (Wahrscheinlichkeit) multiplizieren, dass tatsächlich mehr Zeitungen nachgefragt werden, als der Newsboy gekauft hat.

$$cy$$

Dieser Term beschreibt die Kosten der gekauften Zeitungen.

Das Zeitungsjungenproblem (4/5)

Um den optimalen Wert für *y* zu finden, leiten wir die Gewinnfunktion nach *y* ab und setzen dann die Ableitung gleich Null. Beachten Sie bitte, dass gilt:

(2) $$\frac{d}{dy}\int_0^y f(x)dx = f(y) \quad \text{und} \quad \frac{d}{dy}\int_y^\infty f(x)dx = -f(y)$$

Folglich erhalten wir:

(3) $$pyf(y) + p\int_y^\infty f(x)dx - pyf(y) - c = 0$$

Dies lässt sich vereinfachen zu:

(4) $$p\left[F(\infty) - F(y)\right] - c = 0$$

Das Zeitungsjungenproblem (5/5)

Umformen ergibt (5) $p\left[1-F(y)\right]-c=0$

bzw. (6) $F(y)=\dfrac{p-c}{p}$

Aufgabe 1

Ein Dienstleistungsunternehmen verkauft Informationsservices über das Internet. Wegen Wartungsarbeiten an seinen eigenen Servern muss das Unternehmen kurzfristig Serverkapazitäten von einem externen Anbieter mieten. Dieser Anbieter verlangt 200 Dollar pro Tag für jedes Terabyte (TB), das er vermietet, und zwar unabhängig von der tatsächlichen Nutzung. Damit ergibt sich für das Dienstleistungsunternehmen folgendes Problem: Wenn es zu viel Serverkapazität anmietet, muss es die (vermeidbaren) Mietkosten für die Überkapazität tragen. Falls, auf der anderen Seite, zu wenig Serverkapazität angemietet wird, entgeht dem Dienstleistungsunternehmen Umsatz. Aus seiner bisherigen Markterfahrung weiss das Unternehmen, dass die benötigte Serverkapazität um einen Mittelwert von 90 TB normalverteilt ist und die Standardabweichung 10 TB beträgt. Ferner weiss das Unternehmen, dass unbeantwortete Kundenanfragen zu einem Umsatzverlust von 500 Dollar je TB führen. Wieviel Serverkapazität soll das Unternehmen anmieten?

Aufgabe 1: Lösung

- Zuerst setzen wir die entsprechenden Werte in Gleichung (6) unseres Zeitungsjungenmodells ein:

$$F(y) = \frac{p-c}{p} = \frac{500-200}{500} = 0.6$$

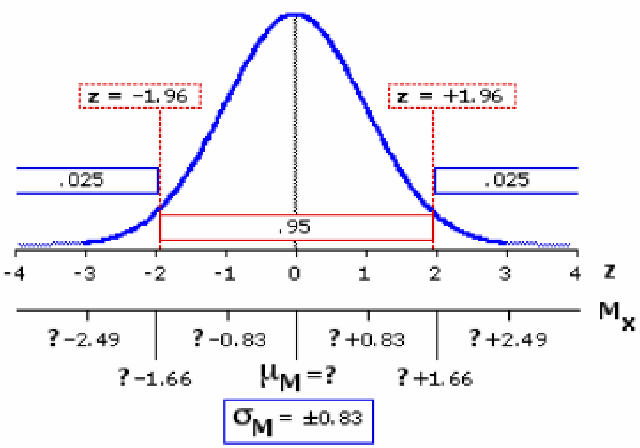
- Als nächstes müssen wir in der Standardnormalverteilungstabelle den *z*-Wert finden, der folgende Gleichung löst: *F(z)=0.6*.
- Der entsprechende *z*-Wert ist 0.25.
- Die Serverkapazität, die angemietet werden soll, erhält man dann wie folgt:

$$y^* = \mu + 0.25 * \sigma = 90 + 0.25 * 10 = 92.5$$

=> Das Dienstleistungsunternehmen soll 92.5 TB Serverkapazität anmieten

Standardnormalverteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986



Standardizing normal random variables $(X \sim N(\mu,\sigma2))$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{with } Z \sim N(0,1)$$

Das Zeitungsjungenproblem: Marginalbetrachtung

Das Zeitungsjungenproblem lässt sich auch mittels Marginalbetrachtung lösen:

- Der Zeitungsjunge sollte die Anzahl *y* an Zeitungen, die er beim Verlag kauft, solange erhöhen, bis der erwartete Umsatz der zuletzt gekauften Zeitung gerade den erwarteten Kosten dieser zuletzt gekauften Zeitung entspricht.
- Der erwartete Umsatz der zuletzt beim Verlag gekauften Zeitung beträgt $p[1 - F(y)]$, d.h. Preis der Zeitung p multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass diese letzte Zeitung verkauft werden kann $[1 - F(y)]$.
- Die erwarteten Kosten der letzten gekauften Zeitung sind c.
- Somit erhalten wir:

$$p[1 - F(y)] = c \tag{7}$$

- Durch Umformen von (7) erhalten wir wiederum (6):

$$F(y) = \frac{p-c}{p} \tag{6}$$

Zeitungsjungenproblem: Diskreter Fall mit Restwert (1/3)

Für diesen Fall benutzen wir folgende Notation:

- x = Nachfrage nach Zeitungen
- y = Anzahl Zeitungen, die der Zeitungsjunge beim Verlag kauft
- p = Verkaufspreis der Zeitung
- c = Kosten der Zeitung (Preis, den der Zeitungsjunge dem Verlag bezahlt)
- s = Restwert einer Zeitung

Zeitungsjungenproblem: Diskreter Fall mit Restwert (2/3)

- C_U = Kosten der Unterschätzung der Nachfrage (Costs of Underestimating) = $p - c$ (wenn der Zeitungsjunge nicht genug Zeitungen beim Verlag gekauft hat, weil er die Nachfrage unterschätzt hat, entgeht ihm ein bei Marginalbetrachtung ein Gewinn in Höhe von $p - c$, da er eine zusätzliche Zeitung zum Preis p hätte verkaufen können, wenn er sie zu Kosten in Höhe von c beim Verlag gekauft hätte
- C_O = Kosten der Überschätzung der Nachfrage (Costs of Overestimating) = $c - s$ (wenn der Zeitungsjunge zu viele Zeitungen gekauft hat, d.h. die Nachfrage überschätzt hat, verliert er $c - s$ pro Zeitung, die er zu Kosten c gekauft hat, aber zum Preis p nicht mehr verkaufen kann, sondern nur noch zum Restwert s verwerten kann)
- Ohne den Restwert, d.h. ohne die Möglichkeit, die nichtverkauften Zeitungen zum Restwert s zu verwerten, wären die Kosten der Überschätzung $C_O = c - 0 = c$

Zeitungsjungenproblem: Diskreter Fall mit Restwert (3/3)

Bei Marginalbetrachtung sollte der erwartete Gewinn der zuletzt beim Verlag gekauften Zeitung nicht geringer als die erwarteten Kosten dieser Zeitung sein:

(8) $$(p-c)Prob(x \geq y) \geq (c-s)Prob(x < y)$$

Dies ist gleichbedeutend damit, dass der Zeitungsjunge die Anzahl der Zeitungen, die er beim Verlag kauft, solange erhöhen soll, bis die erwarteten Kosten der Unterschätzung grösser oder gleich der erwarteten Kosten der Unterschätzung sind:

(9) $$[1-Prob(x < y)]C_U \geq Prob(x < y)C_O$$

Durch Umformen erhält man:

(10) $$Prob(x < y) \leq \frac{C_U}{C_U + C_O}$$

Durch Einsetzen von $C_U = p - c$ und $C_O = c - s$ erhält man:

(11) $$Prob(x < y) \leq \frac{p-c}{p-s}$$

Aufgabe 2

Mickey's gift shop is about to place an order for Valentine's Day chocolate. The chocolate gift is bought for $ 12,- per item and can be sold until Valentine's Day for $ 25,- per item. After Valentine's Day, the remaining chocolate gifts must be sold at a heavy discount for $ 9.99 per item. Based on pervious years' experience, demand is estimated according to the following Table:

Demand	Probability in %
10	20
11	30
12	40
13	10

How many chocolate gifts should be ordered?

Aufgabe 2: Lösung

The problem is solved by using (11):

$$Prob(x < y) \leq \frac{p-c}{p-s} \leq \frac{25-12}{25-9.99} = \frac{13}{15.01} \approx 0.866 = 86.6\%$$

Next we have to calculate $Prob(x < y)$ to find the largest number of gifts for which the cumulative probability $Prob(x < y) \leq 86.6\%$. The result is shown in the following Table:

Demand	Probability in %	$Prob$(x<y) in %
10	20	0
11	30	20
12	40	50
13	10	90

=> Mickey's gift shop should order 12 chocolate gifts for Valentine's Day.

Das Zeitungsjungenproblem: Verallgemeinerung

- Die Logik des Zeitungsjungenproblem lässt sich auf alle Probleme verallgemeinern, die durch denselben grundlegenden Trade off charakterisiert sind, zum Beispiel:
  - Überbuchung (Overbooking)
    - ➢ Wenn zu viele Sitze, Hotelzimmer, etc. überbucht werden, müssen die Kunden, deren Buchung nicht erfüllt werden kann, kompensiert werden
    - ➢ Wenn zu wenig Sitze, Hotelzimmer, etc. überbucht werden, geht Nachfrage durch leere Sitze, leere Hotelzimmer, etc. verloren
  - Marktsegmentierung/Preisdiskriminierung
    - ➢ Wenn zu viele Sitze, Hotelzimmer, etc. für den Normaltarif kontingentiert werden, bleiben Sitze, Hotelzimmer, etc. leer, die zum Diskonttarif hätten verkauft werden können
    - ➢ Wenn zu wenig Sitze, Hotelzimmer, etc. für den Normaltarif kontingentiert werden, werden Sitze, Hotelzimmer, etc. zum Diskonttarif verkauft, die zum Normaltarif hätten verkauft werden können
- Die Optimierung dieser Trade-offs ist das Herzstück des Yield Management

Yield Management

- Yield Management ist wie folgt definiert:
  - *Allocating the right type of capacity to the right type of customer at the right price and right time to maximize revenue or yield*

- Yield Management eignet sich vor allem in Branchen mit den folgenden Eigenschaften
  - Relativ fixe Kapazität
  - Möglichkeiten der Nachfragesegmentierung
  - Wertverlust durch Lagerung der Güter (Services!)
  - Vorausverkauf der Güter ist möglich
  - Schwankende Nachfrage
  - Niedrige Grenzkosten der Güter und hohe Grenzkosten der Kapazitätsanpassung

Voraussetzungen für Yield Management

Branchen, die Yield Management anwenden

- Luftfahrt
- Hotels

1970s

- Autovermietung
- Kreuzfahrtschiffe
- Frachtschiffe

1980s

- Theater, Oper etc.
- Broadcasting
- Telcos

1990s

Yield Management: Grundlegende Formeln

- Für den diskreten Fall verwenden wir Gleichung (10)

$$Prob(x < y) \leq \frac{c_U}{c_U + c_O} \qquad (10)$$

- Für den stetigen Fall verwenden wir Gleichung (12), die sich direkt aus Gleichung (6) ableiten lässt

$$F(y) = \frac{c_U}{c_U + c_O} \qquad (12)$$

Aufgabe 3

Ocean View Hotel has 150 single rooms which it sells for $ 120 dollars per night. Based on her longtime experience the hotel manager knows that the number of guests who book a single room but fail to show up on the night in question is normally distributed with mean 10 and standard deviation 5. Moreover, the hotel manager estimates that it costs $ 320 to “bump” a guest who booked a single room, but cannot be served by the hotel because no more single rooms are available. In this case Ocean View Hotel does not receive any revenue from this guest and the $ 320 is the cost of alternative accommodation plus a gift certificate for a one-night stay at Ocean View Hotel in the future. How many single rooms should Ocean View overbook?

Aufgabe 3: Lösung (1/3)

Problem 3 is solved by using equation (12) (Note: Problem 3 is basically a discrete case, i.e. number of overbookings. However, since the number of no-shows is approximated with the continuous normal distribution, we have to apply the equation for the continuous case):

$$F(y) = \frac{C_U}{C_U + C_O}$$

First, we have to identify the costs of underestimating the number of no-shows. If the hotel manager underestimates the number of no-shows she loses revenue of $ 120 per single-room => $C_U = 120$

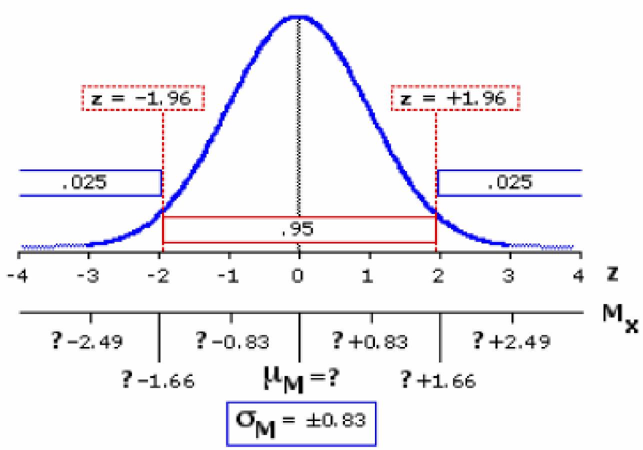
Next, we have to identify the costs of overestimating the number of no-shows. If the hotel manager overestimates the number of no-shows she will incur costs of $ 320 per booking that cannot be served => $C_O = 320$

By filling in the respective values, we get:

$$F(y) = \frac{120}{120 + 320} \approx 0.273$$

Aufgabe 3: Lösung (2/3)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986



Standardizing normal random variables $(X \sim N(\mu,\sigma 2))$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{with } Z \sim N(0,1)$$

Aufgabe 3: Lösung (3/3)

Note: In the Standard Normal Distribution Table on the previous slide we only have *z*-values for $F(z) \geq 0.5$.

How do we find the *z*-value for $F(z) = 0.273$?

We know that $F(z) = 1 - F(-z)$

=> $0.273 = 1 - F(-z)$

=> $F(-z) = 1 - 0.273 = 0.727$

=> $-z = 0.6$

=> $z = -0.6$

The optimal number of overbookings *y* is computed as follows

$$y^* = \mu - 0.6 * \sigma = 10 - 0.6 * 5 = 7$$

The manager of Ocean View Hotel should overbook 7 single rooms.

Aufgabe 4

Eine Autovermietung stellt fest, dass die Nachfrage nach ihren 45 Mittelklasseautos in den letzten Monaten stagnierte und an vielen Tagen nicht alle Mittelklassewagen vermietet waren. Um die Nachfrage anzukurbeln, plant die Autovermietung ein Sonderangebot einzuführen: Anstatt der üblichen 95$/Tag sollen Frühbucher die Möglichkeit haben, einen Mittelklassewagen für 70$/Tag 14 Tage im Voraus zu buchen, wenn sie auf ihr Rücktritts- bzw. Umbuchungsrecht verzichten. Aus Erfahrung weiss die Autovermietung, dass die tägliche Nachfrage nach Mittelklassewagen normalverteilt ist mit einem Mittelwert von 20 und einer Standardabweichung von 10. Aufgrund von Testmarktstudien weiss die Autovermietung, dass der Anteil der Schnäppchenjäger, d.h. derjenigen, die nur zum Sondertarif einen Mittelklassewagen buchen, bei 42.5 Prozent liegt. Wie viele Mittelklassenwagen sollte die Autovermietung für den Normaltarif reservieren?

Aufgabe 4: Lösung (1/5)

Wir sind streng genommen im diskreten Fall. Da die Nachfrage aber mit der Normalverteilung beschrieben wird, verwenden wir die Formel für den stetigen Fall:

(12) $$F(y) = \frac{c_U}{c_U + c_O}$$

Bei der Aufteilung der vorhandenen Kapazität in 2 (oder mehr) Klassen besteht folgender Trade-off. Wenn zu wenig Plätze für den Normaltarif reserviert werden, entstehen „Kosten des Underestimating“ der Nachfrage nach dem Normaltarif. Da in diesem Fall ein Platz zum Diskonttarif verkauft wird, der zum Normaltarif verkauft hätte werden können, entsprechen diese Kosten der Differenz zwischen dem Normal- und dem Diskonttarif.

Analog entstehen „Kosten des Overestimating“, wenn zu viele Plätze für den Normaltarif reserviert werden (C_O). Diese Kosten entsprechen dem

Aufgabe 4: Lösung (2/5)

Umsatzverlust, der dadurch entsteht, dass der Platz frei bleibt, weil er zum Normaltarif nicht mehr nachgefragt wird, aber zum Diskonttarif hätte verkauft werden können. Zugleich kann hier aber auch ein Umsatzgewinn entstehen, wenn nämlich der Kunde, der den Platz normalerweise zum Diskonttarif kaufen wollte, auch bereit ist, notfalls den Normaltarif zu bezahlen. Wenn wir den Normaltarif mit *N,* den Diskonttarif mit *D* und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde, der zum Diskonttarif kaufen wollte, nicht bereit ist, den Normaltarif zu bezahlen, mit *ρ* (und damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde, der zum Diskonttarif kaufen wollte, notfalls auch bereit ist, den Normaltarif zu bezahlen, mit (*1-ρ*) bezeichnen, ergibt sich aus der Marginalbetrachtung im Optimum:

(13) $$C_O F(y) = C_U[1 - F(y)]$$

Mit $C_O = \rho D + (1-\rho)(-N + D) = D - (1-\rho)N$

und $C_U = N - D$

Aufgabe 4: Lösung (3/5)

Durch Einsetzen und Umformen erhält man:

(14) $$F(y) = \frac{c_U}{c_U + c_O} = \frac{N - D}{\rho N}$$

bzw. für den diskreten Fall

(15) $$Prob(x < y) = \frac{c_U}{c_U + c_O} = \frac{N - D}{\rho N}$$

Aufgabe 4: Lösung (4/5)

Im Fall der Autovermietung erhält man:

$$F(y) = \frac{c_U}{c_U + c_O} = \frac{N - D}{\rho N} = \frac{95-70}{0.425 * 95} = 0.619$$

=> $z = 0.3$

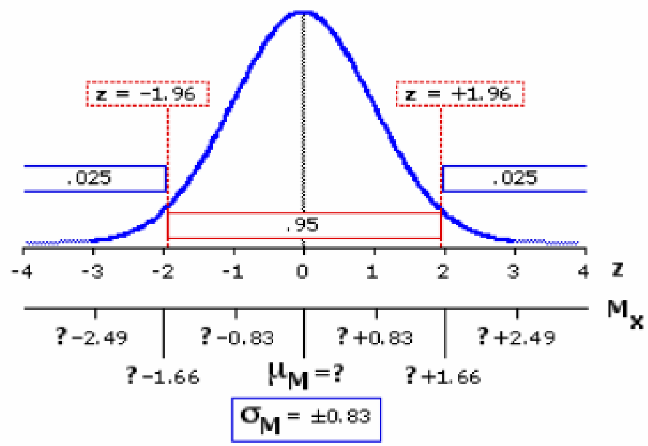
Daraus ergibt sich für die optimale Anzahl von Mittelklassewagen, die für den Normaltarif reserviert werden sollen:

$$y^* = \mu + 0.3 * \sigma = 20 + 0.3 * 10 = 23$$

=> Die Autovermietung sollte 23 Mittelklassewagen für den Normaltarif reservieren

Aufgabe 4: Lösung (5/5)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986



Standardizing normal random variables $(X \sim N(\mu,\sigma 2))$

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \quad \text{with } Z \sim N(0,1)$$