



# Operations Management

Kurzfristige Kapazitätsplanung &  
Warteschlangenmanagement





## Aufgabe 1/1

UBS plant eine Drive-in Filiale zu errichten. Das Management geht davon aus, dass pro Stunde durchschnittlich 15 Kunden den Drive-in Service in Anspruch nehmen wollen. Ein Bankangestellter kann durchschnittlich 20 Kunden pro Stunde bedienen. Nehmen Sie an, Service- und Ankunftsrate sind poissonverteilt.

- a) Wie hoch ist der durchschnittliche Auslastungsgrad, wenn die Drive-in-Kunden nur von einem Angestellten bedient werden?
- b) Wie lange ist die Warteschlange im Durchschnitt?



## Aufgabe 1/2

- c) Wie viele Kunden befinden sich durchschnittlich im System?
- d) Wie lange ist die durchschnittliche Wartezeit in der Warteschlange?
- e) Wie lange ist die durchschnittliche Verweilzeit im System?
- f) Wie hoch müsste die Servicerate eines Angestellten sein, um zu 90% sicherzustellen, dass neu ankommende Kunden nicht warten müssen?



## Aufgabe 2/1

Das Tonhalle Orchester führt ein Konzert von J. S. Bach auf. Dabei werden die Billets an einer einzigen Verkaufskasse angeboten. Pro Stunde kommen durchschnittlich 30 Kunden an die Kasse. Der Verkäufer braucht pro Kunde durchschnittlich 20 Sekunden. Nehmen Sie nun an, dass die Ankunftsrate der Musikbegeisterten an der Kasse poissonverteilt sei. Zudem geht die Tonhalle Organisation davon aus, dass die Servicerate des Billettverkaufs auch poissonverteilt ist.

a) Wie hoch ist der durchschnittliche Auslastungsgrad des Billettverkaufs?



## Aufgabe 2/2

- b) Wie gross ist die durchschnittliche Anzahl von Kunden im System?
- c) Nehmen Sie nun an, die Servicerate sei wie oben beschrieben. Die Ankunftsrate sei aber durch die Tonhalleorganisation unterschätzt worden. Welchen Einfluss hat nun eine Erhöhung der Ankunftsrate auf die durchschnittliche Anzahl von Kunden im System?
- d) Aufgrund der sehr hohen Nachfrage schlägt der Manager der Tonhalle vor, für die teuersten Kategorien eine separate Verkaufskasse einzurichten. Wie beurteilen Sie diese Idee?



## Aufgabe 3/1

Am Check-in Schalter der Bliss-Airline stieg die Ankunftsrate (poissonverteilt) auf durchschnittlich 20 Kunden pro Stunde an, sodass der Manager von Bliss einen zweiten Schalter eröffnen muss. Marktstudien zeigen, dass Kunden beim Verweilen im System Opportunitätskosten von 15 CHF pro Stunde haben. Das Schalterpersonal kostet 10 CHF pro Stunde und hat eine Servicezeit von 3 Minuten pro Kunde (exponentialverteilt). Welches der folgenden Check-in Systeme minimiert die Gesamtkosten des Personals und der Kunden im System?



## Aufgabe 3/2

- a) Betrachten Sie ein System mit multiplen und separierten Warteschlangen, bei welchem die Kunden nicht die Warteschlange wechseln. Nehmen Sie an, die Nachfrage ist gleichmässig auf die Schalter aufgeteilt.
- b) Was sind die Kosten, falls anstatt des zweiten Schalters eine (im Betrieb kostenlose) elektronische Maschine (ATM) mit der konstanten Servicezeit von 3 Minuten eingesetzt wird. Nehmen Sie an, die Nachfrage ist gleichmässig auf den Schalter und den ATM aufgeteilt.



## Aufgabe 4/1

Frau Kaufmann arbeitet zusammen mit ihrer Kollegin Frau Kienast in einer (take-away) Kaffeebar namens Tannenbaum-Bar. Die Tannenbaum-Bar hat zwei Kassen, an welchen die Kunden entweder von Frau Kaufmann oder Frau Kienast bedient werden. Durchschnittlich kommen 40 Kunden pro Stunde in die Bar. Die Ankunftsrate ist poissonverteilt. Um einen Kunden zu bedienen, benötigen Frau Kaufmann oder Frau Kienast jeweils durchschnittlich 72 Sekunden. Die Servicezeit ist exponentialverteilt.





## Aufgabe 4/2

- a) Gehen Sie davon aus, dass die Hälfte der ankommenden Kunden an die Kasse von Frau Kaufmann geht, die andere Hälfte an die Kasse von Frau Kienast. Zudem nehmen Sie an, dass die Kunden die Warteschlange nicht wechseln. Berechnen Sie die durchschnittliche Anzahl der Kunden in der Tannenbaum-Bar.



## Aufgabe 4/3

- b) Gehen Sie nun davon aus, dass die Kunden in nur einer Warteschlange anstehen und die Schlange von zwei Mitarbeitern bedient wird. Dies entspricht einem M/M/2 Modell. Berechnen Sie wiederum die durchschnittliche Anzahl Kunden in der Tannenbaumbar. Die nachfolgende Tabelle und Gleichung gibt in einem allgemeinen M/M/c Modell (c entspricht der Anzahl Server mit  $c \geq 1$ ) über die durchschnittliche Anzahl der Kunden in der Warteschlange und im System Auskunft. Vergleichen Sie das Ergebnis in Aufgabe b) mit dem Ergebnis in Aufgabe a) und erklären Sie mögliche Differenzen.



## Aufgabe 4/4

Werte für $L_q$ in einem M/M/c Modell			
$\rho = \lambda / \mu$	c = 1	c = 2	c = 3
0,15	0,026	0,001	0,000
0,2	0,050	0,002	0,000
0,25	0,083	0,004	0,000
0,3	0,129	0,007	0,000
0,35	0,188	0,011	0,000
0,4	0,267	0,017	0,000
0,45	0,368	0,024	0,002
0,5	0,500	0,033	0,003
0,6	0,900	0,059	0,006
0,7	1,633	0,098	0,011
0,8	3,200	0,152	0,019

Zusammenhang von  $L_q$  und  $L_s$  in einem M/M/c Modell:  $L_q = L_s - \rho$



## Aufgabe 5

Die Coiffeur AG bietet ihren Kunden eine Coiffeurleistung ohne Voranmeldung nach dem „first come, first served“-Prinzip an. Im Wartebereich können zwei Kunden Platz nehmen, für später Ankommende stehen keine weiteren Stühle bereit. Pro Stunde kommen im Durchschnitt 2 Kunden an, die Ankunftsrate ist poissonverteilt. Für einen Haarschnitt benötigt Paolo (der heute alleine arbeitet) durchschnittlich 15 Minuten. Die Servicezeit ist exponentialverteilt.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet ein ankommender Kunde keinen freien Stuhl mehr vor?



## Aufgabe 6

Das Skigebiet Churerberg betreibt eine Webseite, auf welcher sich enthusiastische Wintersportler über die dortigen Pisten- und Wetterverhältnisse informieren können. Eine Homepage kann als  $M/G/\infty$  Modell bezeichnet werden. Nehmen Sie an, dass die Ankunftsrate 90 Besucher pro Stunde beträgt und poissonverteilt ist. Der durchschnittliche Besuch der Homepage dauert 20 Sekunden und folgt einer Normalverteilung mit der Varianz  $\sigma^2 = 1$ .

Wie lang ist die Warteschlange im Durchschnitt? Bitte begründen Sie Ihre Antwort in maximal zwei Sätzen.



## Aufgabe 7/1 (alte Prüfungsaufgabe)

Eine Mitarbeiterin der kantonalen Verwaltung ist verantwortlich, Formulare zu bearbeiten, welche von neu gegründeten Unternehmen eingesendet werden müssen. Die Angestellte kann durchschnittlich 4 Formulare pro Tag bearbeiten. Im Jahr 2010 wurden im Durchschnitt 1.8 Formulare pro Tag eingesandt und die Angestellte erreichte einen Arbeitsrückstand von 0.45 Tagen. Im Jahr 2011 wurden dagegen im Schnitt 3.9 Formulare pro Tag eingesandt und der Arbeitsrückstand betrug 5 Tage. Sowohl Ankunfts- als auch Servicerate sind poissonverteilt.



## Aufgabe 7/2

In der Folge bittet der Vorgesetzte die Mitarbeiterin zum Mitarbeitergespräch, um ihr anzukündigen, dass ihr auf Grund ihrer schlechten Leistungen die Kündigung droht: Während ihre Formulareingänge sich etwas mehr als verdoppelt haben, hat sich ihr Arbeitsrückstand mehr als verzehnfacht. Somit nehme sie ihren Job nicht ernst genug.



## Aufgabe 7/3

M/M/s Berechnungen	2010	2011
Ankunftsrate/Tag	1.8	3.9
Servicerate/Tag	4	4
Anzahl der Server	1	1
Auslastungsgrad		97.50 %
Wahrscheinlichkeit, dass sich kein Kunde im System befindet		
Erwartete Länge der Warteschlange	0.3682	38.0250
Durchschnittszahl der Kunden im System	0.8182	
Durchschnittliche Wartezeit in Tagen	0.2045	9.7500
Durchschnittliche Zeit im System in Tagen	0.4545	
Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde warten muss		





## Aufgabe 7/4

- a) Berechnen Sie anhand der Angaben die fehlenden Werte in der Tabelle und fügen Sie diese Werte in die leeren Felder der Tabelle ein.
- b) Beurteilen Sie anhand Ihrer Ergebnisse, ob die Bedenken des Vorgesetzten gerechtfertigt sind (hier müssen Sie auf die relevanten Werte verweisen und in maximal zwei Sätzen begründen).