Universität Zürich UZH

Institut für Betriebswirtschaftslehre

Operations Management

Lagerhaltungsmanagement

Aufgabe 1 – Lösung/1

a) Folgende Variablen sind gegeben:

Preis:	p = 10 CHF/Schachtel
Bedarf:	M = 12 Monate/Jahr * 300 Schachteln/Monat
	= 3600Schachteln/Jahr
Bestellfixkosten:	a = 30 CHF/Bestellung
Lagerkosten:	c = 40% * 10 CHF = 4 CHF/Schachtel
Lieferfrist:	L = 3 Tage

Der Mengenrabatt wird nur gewährt, falls Q > 600. Preis pro Einheit und Lagerkosten pro Schachtel betragen dann:

$$p_R = p * (100\% - 1\%) = 10\ CHF/Schachtel * 0.99 = 9.90 CHF/Schachtel$$

$$c_R = 40\% * p_R = 0.40 * 9.90\ CHF/Schachtel = 3.96\ CHF/Schachtel$$

Aufgabe 1 – Lösung/2

i. Zunächst werden die optimale Bestellmenge und die erwarteten jährlichen Kosten ohne Rabatt berechnet:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ma}{c}} = \sqrt{\frac{2 * 3600 * 30}{4}} = 232.38 \approx 232\ Schachteln^{*)}$$

$$K = pM + \frac{M}{Q}a + \frac{Q}{2}c = 10 * 3600 + \frac{3600}{232} * 30 + \frac{232}{2} * 4 = 36'929.52\ CHF$$

*) Betriebswirtschaftlich begründet könnte man auch auf 233 Schachteln aufrunden, um M über alle Bestellungen hinweg lieber zu über- als zu unterschreiten.

Aufgabe 1 – Lösung/3

ii. Mit Rabatt beläuft sich die optimale Bestellmenge auf:

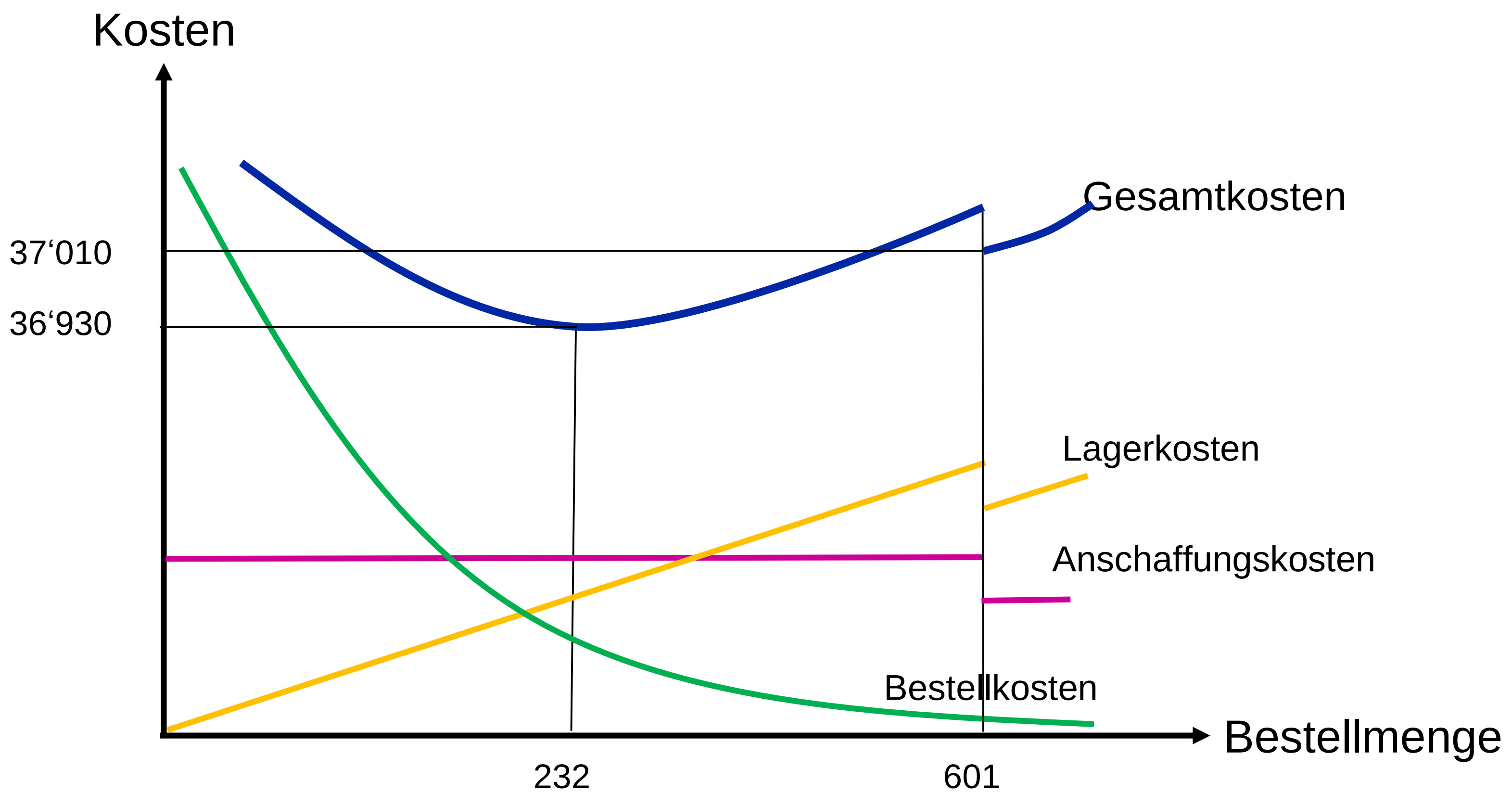
$$Q_R = \sqrt{\frac{2Ma}{c}} = \sqrt{\frac{2 * 3600 * 30}{3.96}} = 233.55 \approx 234\, Schachtel$$

Die optimale Bestellmenge von 234 Schachteln unterschreitet die Mindestbestellmenge von 601 Schachteln, um den Rabatt überhaupt zu realisieren. Für die Berechnung der jährlichen erwarteten Kosten wird mit der Mindestbestellmenge von 601 Schachteln gerechnet.

$$K_R = p_R M + \frac{M}{601} a + \frac{601}{2} c_R = 9.9 * 3600 + \frac{3600}{601} * 30 + \frac{601}{2} * 3.96 = \ 37009.68 CHF$$

Da K_R > K wird auf die Realisierung eines Rabattes verzichtet. Die optimale Bestellmenge beträgt <u>232 Schachteln</u> und die minimalen Kosten belaufen sich auf <u>36‘929.52 CHF</u>.

Aufgabe 1 – Lösung/4



Aufgabe 1 – Lösung/5

iii. Schliesslich wird der optimale Bestellpunkt bestimmt:

$$R = TL = \frac{3600}{365} * 3 = 29.59 \approx 30\, Schachteln$$

b) Um den Effekt einer Änderung der Lagerkosten auf die optimale Bestellmenge zu bestimmen, wird die Ableitung der Bestellmenge nach den Lagerkosten gebildet.

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathrm{c}} = \frac{\partial \sqrt{\frac{2\mathrm{Ma}}{\mathrm{c}}}}{\partial \mathrm{c}} = \frac{\partial c^{-\frac{1}{2}}}{\partial \mathrm{c}} * \sqrt{2Ma} = -\frac{1}{2} * \mathrm{c}^{-\frac{3}{2}} * \sqrt{2Ma} < 0$$

Steigende Lagerkosten wirken sich negativ auf die optimale Bestellmenge aus.

Aufgabe 2 – Lösung/1

Folgende Variablen sind gegeben:

Preis:	p = 10 CHF/Karton
Bedarf:	M = 100 Kartons
Bestellfixkosten:	a = 9 CHF/Lieferung
Lagerkosten:	c = 2 CHF/Karton

Ein Rabatt wird gewährt, falls Q ≥ 32. Preis und Lieferkosten betragen in diesem Fall:

$$p_R = p * (100\% - 5\%) = 10\ CHF/Karton\ * 0.95 = 9.50\ CHF/Karton$$

$$a_R = 16\ CHF/Lieferung$$

Aufgabe 2 – Lösung/2

i. Ohne Rabatt bestellt Moritz am besten:

$$Q = \sqrt{\frac{2Ma}{c}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 9}{2}} = 30\ Kartons$$

$$K = pM + \frac{M}{x}a + \frac{x}{2}c = 10 * 100 + \frac{100}{30} * 9 + \frac{30}{2} * 2 = 1060\ CHF$$

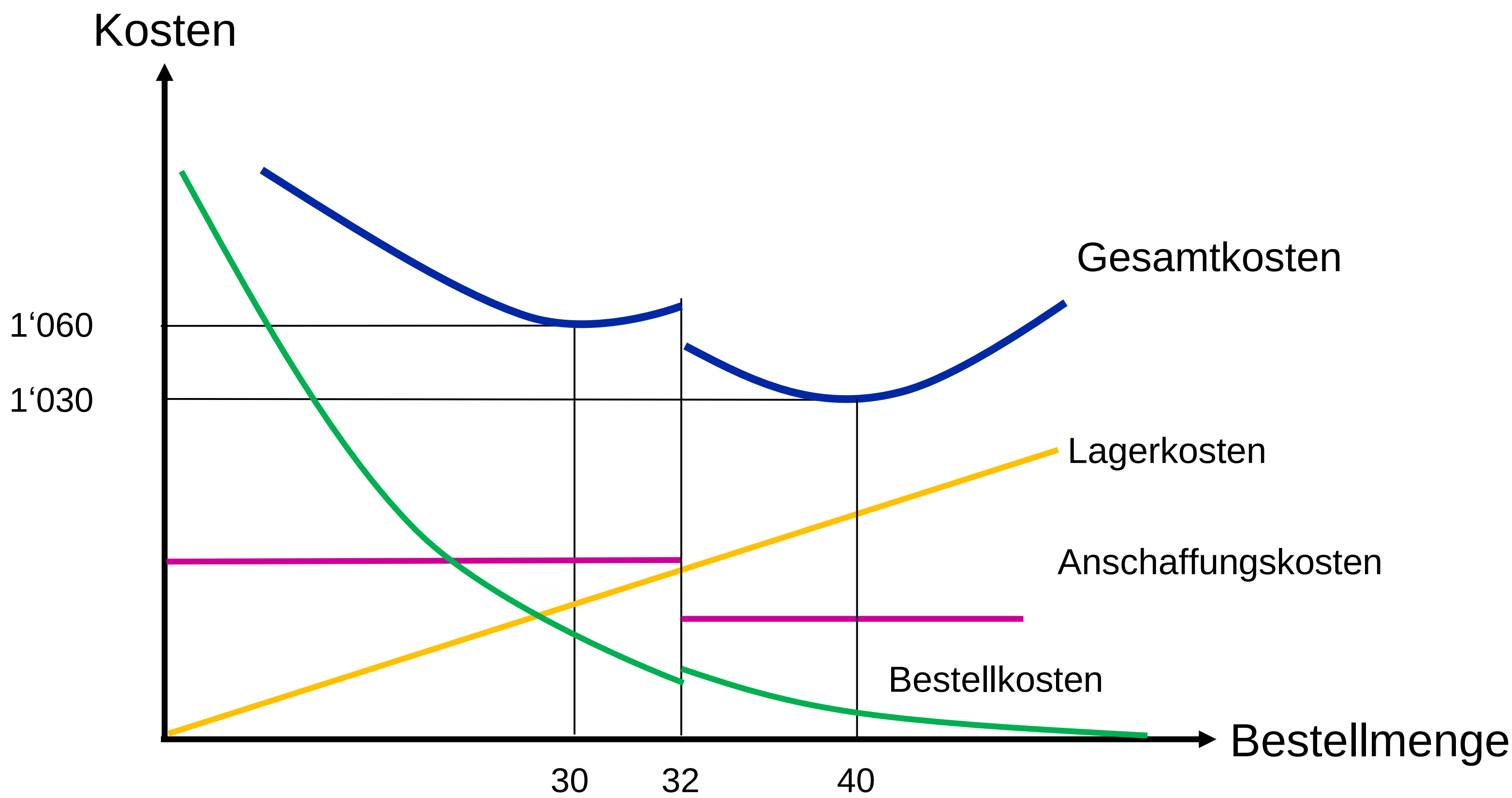
ii. Mit Rabatt bestellt Moritz am besten:

$$Q_R = \sqrt{\frac{2Ma_R}{c}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 16}{2}} = 40\ Kartons$$

$$K_R = p_R M + \frac{M}{40}a_R + \frac{40}{2}c = 9.5 * 100 + \frac{100}{40} * 16 + \frac{40}{2} * 2 = 1030\ CHF$$

Da $K_R < K$ beträgt die optimale Bestellmenge <u>Q_R = 40 Kartons</u>.

Aufgabe 2 – Lösung/3



Aufgabe 3 – Lösung/1

Gegebene Variablen:

- Entgangener Gewinn für zu wenig bestellte Milch (pro Liter):

$$1\ CHF\ - 0.70\ CHF = 0.30\ CHF$$

- Kosten für zu viel bestellte Milch (pro Liter):

$$0.70\ CHF\ - 0.60\ CHF = 0.10\ CHF$$

Marginalbetrachtung:

- Erwartete Kosten = Erwarteter entgangener Gewinn

$$0.1\ F(x) = 0.3\big(1 - F(x)\big) \leftrightarrow F(x) = \frac{0.3}{0.4} = 0.75$$

$F(x)$ stellt dabei die Dichtefunktion der täglichen Milchnachfrage dar.

Aufgabe 3 – Lösung/2

Da die Milchnachfrage X mit $\mu = 100$ und $\sigma^2 = 20^2 = 400$

normalverteilt ist, haben wir nach der Standardisierung:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0{,}1)$$

Weiter wissen wir, dass: $P(X \leq x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = 0.75$

Nun können wir den Z-Wert der Standardnormal-Verteilungstabelle

entnehmen: Z=0.6744

Aufgabe 3 – Lösung/2

Zum Schluss rückstandardisieren wir:

$$\mathrm{Z} = 0.6744 = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 100}{20}$$

Also ist die optimale Bestellmenge $\underline{x = 113.49 \approx 114 \text{ Liter}}$.