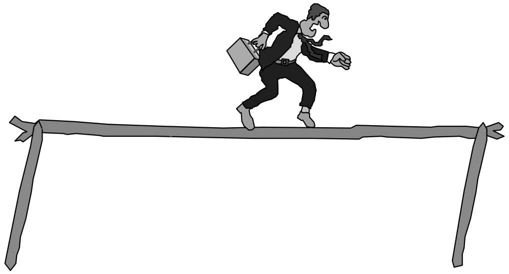
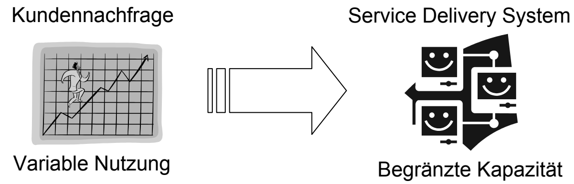
Managing Capacity and Demand

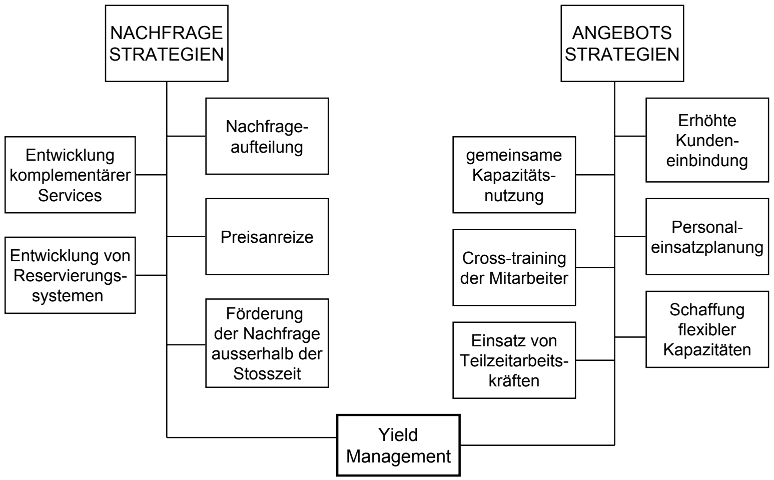


Vergänglichkeit von Services

Services können nicht gelagert werden. Daher werden Sie in aller Regel zum Zeitpunkt der Produktion auch konsumiert.



Strategien zur Angleichung von Angebot und Nachfrage bei Dienstleistungen



Yield Management Definitionen

"Allocating the
- ✓ right type of capacity to the
- ✓ right type of customer at the
- ✓ right price and
- ✓ right time to maximize revenue or yield"

- Overbooking: es werden mehr Buchungen akzeptiert, als Plätze im Flugzeug vorhanden sind, um No-Shows, Doppelbuchungen und Stornierungen zu kompensieren
- Spoilage: entgangener Gewinn aufgrund zu viel reservierter Kapazität in teurerem Segment (Passagiere würden für günstigeren Tarif fliegen)
- Dilution: entgangener Gewinn aufgrund zu viel reservierter Kapazität in günstigerem Segment (Passagier würde auch höheren Preis bezahlen)
- Spill: Anteil der Nachfrage, der nicht bedient werden kann
- Displacement cost: Kosten für Entschädigungen bei nicht Verfügbarkeit des gebuchten Fluges
- Protection level: Anzahl der Sitze, welche für eine bestimmte Klasse reserviert sind und nicht günstiger angeboten werden

Voraussetzungen für Yield Management

- Es kann kein Warenbestand für zukünftige Verkäufe aufgebaut werden (Zeitspezifität)
- Kapazitätsausbau ist teuer oder unmöglich, aber niedrige Grenzkosten
- Nachfrage des Marktes kann segmentiert werden
- Vorverkauf der Dienstleistung
- Nachfrage ist Volatilität ausgesetzt

Industrien, welche Yield Management einsetzen

- Luftfahrt
- Hotels

1970s

- Autovermietung
- Kreuzfahrtschiffe
- Frachtschiffe
- Theater, Oper etc.

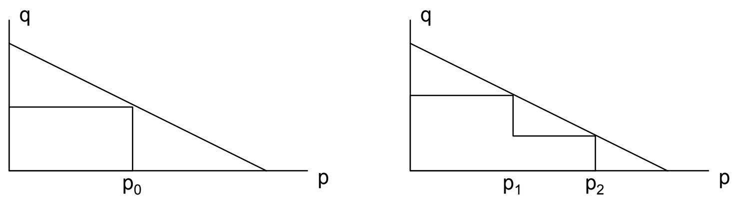
1980s

- Broadcasting
- Telcos

1990s

Zwei Perspektiven

1) Segmentierungsstrategie *(Abschöpfen der Konsumentenrente)*



"Verschiedene" Produkte anbieten → Fixe Kapazität zuteilen

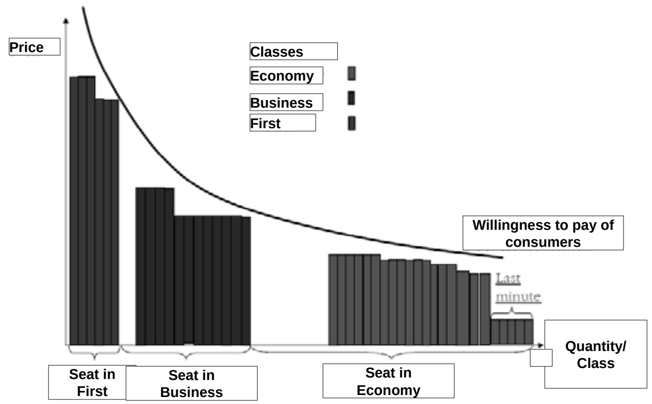
Zwei Perspektiven

2) Matching von Preis und Nachfrage *(peak-load pricing)*

		Nachfrage: High	Nachfrage: Low
Preis	Discount	xx	xxxxxxxxxx
	Full Fare	xxxxxxxx	x

x = Kapazitäts-einheit → Je nach Nachfragesituation, die Kapazitäten auf unterschiedliche Tarife verteilen

Yield Management in der Luftfahrt

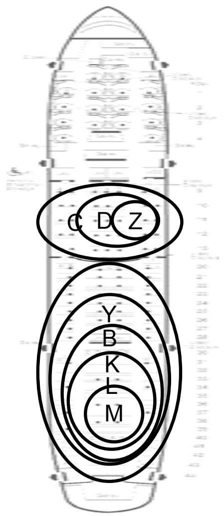


Yield Management in der Luftfahrt

- Maximierung des "Yield" durch Bestandskontrolle und fixe Preisstruktur
  - Wie viele Sitze sollen in der jeweiligen Klasse angeboten werden?
- Beispiel:
  - Wie viele Sitze sollen in jeder Klasse verkauft werden, wenn man mit der günstigsten Klasse beginnt??

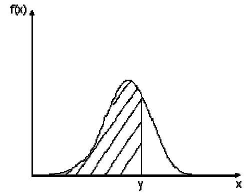
Single-Leg Flight
Plane Capacity = 100

CLASS	FARE	DEMAND	TRAFFIC
B	500	11	10
K	300	20	15
L	200	35	25
M	100	60	40



Das Zeitungsjungenproblem

Ein Zeitungsjunge kauft Zeitungen beim Verlag für *c* je Stück ein und verkauft sie für *p* je Stück. Die Nachfrage nach Zeitungen *x* ist stochastisch. Der Zeitungsjunge kennt die Dichtefunktion *f(x)* der Zeitungsnachfrage. Sein Ziel ist es, den erwarteten Gewinn $E[G]$ zu maximieren. Der Zeitungsjunge kann dabei nur die Anzahl *y* der von ihm beim Verlag gekauften Zeitungen beeinflussen.



Sein Maximierungsproblem stellt sich wie folgt dar:

(1) $$\underset{y}{Max}\, E[G] = p\int_0^y xf(x)dx + py\int_y^\infty f(x)dx - cy$$

Das Zeitungsjungenproblem

Der erwartete Gewinn setzt sich aus drei Teilen zusammen:

- $p\int_0^y xf(x)dx$ Dieser Term beschreibt die Einnahmen des Zeitungsjungen für den Fall, dass er mehr Zeitungen eingekauft hat, als er verkaufen kann ($x < y$). In diesem Fall kann er die gesamte Nachfrage *x* befriedigen und erhält dafür jeweils den Preis *p*. Seine Einnahmen sind also gleich *px.* Wir müssen diese Einnahmensumme nun für jeden Wert von *x* unter der Bedingung $x < y$ ermitteln und mit seiner Wahrscheinlichkeit *f(x)* multiplizieren*.*
- $py\int_y^\infty f(x)dx$ Dieser Term beschreibt die Einnahmen des Zeitungsjungen für den Fall, dass er weniger Zeitungen eingekauft hat, als er verkaufen kann ($x > y$). In diesem Fall könnte er also mehr Zeitungen verkaufen als er hat. Da er aber nur *y* Zeitungen hat, betragen seine Einnahmen in diesem Fall *py*. Diese Einnahmensumme müssen wir nun wiederum mit der Wahrscheinlichkeit multiplizieren, dass tatsächlich mehr Zeitungen nachgefragt werden als der Newsboy gekauft hat.
- cy Dieser Term beschreibt die Kosten der gekauften Zeitungen.

Das Zeitungsjungenproblem

Um den optimalen Wert für *y* zu finden, leiten wir die Gewinnfunktion nach *y* ab und setzen dann die Ableitung gleich Null. Beachten Sie bitte, dass gilt:

(2) $$\frac{d}{dy}\int_0^y f(x)dx = f(y) \quad \text{und} \quad \frac{d}{dy}\int_y^\infty f(x)dx = -f(y)$$

Folglich erhalten wir:

(3) $$pyf(y) + p\int_y^\infty f(x)dx - pyf(y) - c = 0$$

Dies lässt sich vereinfachen zu:

(4) $$p[F(\infty) - F(y)] - c = 0$$

Das Zeitungsjungenproblem

Umformung ergbit:

(5) $p[1-F(y)]-c=0$

bzw.

(6) $F(y)=\frac{p-c}{p}$

Marginalbetrachtung

Das Zeitungsjungenproblem lässt sich auch mittels Marginalbetrachtung lösen. Der Zeitungsjunge sollte nämlich die Anzahl der Zeitungen (*y*), die er beim Verlag kauft, solange erhöhen, bis die erwarteten Kosten einer beim Verlag zu viel gekauften Zeitung gerade den erwarteten Opportunitätskosten, d.h. dem erwarteten entgangenen Gewinn einer zu wenig bestellten Zeitung entspricht. Die erwarteten Kosten einer zu viel bestellten Zeitung betragen $cF(y)$, d.h. die Kosten einer Zeitung multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass sie nicht verkauft werden kann.

Das Zeitungsjungenproblem

Die erwarteten Opportunitätskosten einer zu wenig bestellten Zeitung betragen $(p-c)[1-F(y)]$, d.h. Preis minus Kosten multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass eine Zeitung mehr verkauft hätte werden können. Es muss also gelten:

(7) $cF(y)=(p-c)[1-F(y)]$

Durch Umformen erhält man wiederum Gleichung (6). $x>y$

Diese Logik lässt sich auch auf andere Fragen des Yield Management anwenden, wie z.B. die optimale Anzahl von Überbuchungen oder die Aufteilung der Kapazität in Business und Economy Class.

Bei der optimalen Anzahl von Überbuchungen besteht folgender Trade off. Wenn ein Zimmer/Platz zuviel überbucht wird, d.h. ein Kunde nicht bedient werden kann, muss der Kunde hierfür entschädigt werden. Zudem entsteht ein Reputationsverlust. Die Summe dieser Nachteile bezeichnen wir mit C_o(Costs of overbooking). Wenn ein Zimmer/Platz zuwenig überbucht wird, d.h. ein Zimmer/Platz leer bleibt, entstehen Opportunitätskosten aufgrund entgangener Umsätze. Diese Opportunitätskosten bezeichnen wir mit C_u(Costs of underbooking). Bei Marginalbetrachtung muss im Optimum gelten:

Das Zeitungsjungenproblem

Erwartete Kosten der letzten Überbuchung = erwarteter entgangener Umsatz der letzten Überbuchung

bzw.

Erwartete Kosten der letzten Überbuchung = erwartete Opportunitätskosten der letzten Überbuchung

bzw.

(8) $C_oF(y)=C_u[1-F(y)]$

Durch Umformen erhält man:

(9) $F(y)=\frac{C_u}{C_u+C_o}$

Bei der Aufteilung der vorhandenen Kapazität in 2 (oder mehr) Klassen besteht folgender Trade off. Wenn zu viele Plätze für den Diskonttarif (z.B. Economy Class) angeboten werden, verbleiben zu wenig für den Normaltarif (z.B. Business Class). Hierdurch entstehen „Kosten des Underbooking" für den Normaltarif (C_u). Da in diesem Fall ein Platz zum Diskonttarif verkauft wird, der zum Normaltarif verkauft hätte werden können, entsprechen diese Kosten der Differenz zwischen dem Normal- und dem Diskonttarif.

Das Zeitungsjungenproblem

Analog entstehen „Kosten des Overbooking", wenn zu viele Plätze für den Normaltarif reserviert werden (C_o). Diese Kosten entsprechen dem Umsatzverlust, der dadurch entsteht, dass der Platz frei bleibt, weil er zum Normaltarif nicht mehr nachgefragt wird, aber zum Diskonttarif hätte verkauft werden können. Zugleich kann hier aber auch ein Umsatzgewinn entstehen, wenn nämlich der Kunde, der den Platz normalerweise zum Diskonttarif kaufen wollte, auch bereit ist, notfalls den Normaltarif zu bezahlen. Wenn wir den Normaltarif mit *N*, den Diskonttarif mit *D* und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde, der zum Diskonttarif kaufen wollte, nicht bereit ist, den Normaltarif zu bezahlen, mit ρ (und damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde, der zum Diskonttarif kaufen wollte, notfalls auch bereit ist, den Normaltarif zu bezahlen mit $1-\rho$) bezeichnen, ergibt sich aus der Marginalbetrachtung im Optimum:

(10) $C_oF(y)=C_u[1-F(y)]$

mit $C_o=\rho D+(1-\rho)(-N+D)=D-(1-\rho)N$ und $C_u=N-D$

Durch Einsetzen und Umformen erhält man:

(11) $F(y)=\frac{C_u}{C_u+C_o}=\frac{N-D}{\rho N}$

Beispiel: Yield Management

- Ziel: Umsatzoptimierung
- Problem:
- Jeder Sitzplatz, der mit Rabatt (Discount) verkauft wird, hätte evtl. zum Normaltarif verkauft werden können
- Jeder Sitzplatz, der zum Normaltarif angeboten wird, kann evtl. nicht verkauft werden
- Marginalbetrachtung:
- Erwarteter Umsatz des letzten verkauften Sitzplatzes ≥ Erwarteter Verlust des letzten verkauften Sitzplatzes

Beispiel: Yield Management

Nachfrage nach Sitzplätzen zum Normaltarif: d

Anzahl der Sitzplätze, die für Normaltarif reserviert werden: x

Verteilungsfunktion von d: $P(d)$

Umsatzverlust, wenn ein Sitzplatz zu wenig für den Normaltarif reserviert wird: C_u

Umsatzverlust, wenn ein Sitzplatz zu viel für den Normaltarif reserviert wird: C_o

Erwarteter Umsatz des letzten verkauften Sitzplatzes: $P(d \geq x)C_u$

Erwarteter Verlust des letzten verkauften Sitzplatzes: $P(d < x)C_o$

Beispiel: Yield Management

Bei der Marginalanalyse muss gelten:

$$P(d \geq x)C_u \geq P(d < x)C_o$$

=> $$[1 - P(d < x)]C_u \geq P(d < x)C_o$$

=> $$P(d < x) \leq \frac{C_u}{C_u + C_o}$$

Beispiel: Yield Management

Im Fluglinienbeispiel gilt: $C_u = fullfare - discount = F - D$

$$C_o = \begin{cases} D & \text{falls Kunde ansonsten zum Discounttarif gekauft hätte} \\ -(F - D) & \text{falls Kunde zum Normaltarif kauft} \end{cases}$$

Damit wir C_o berechnen können, müssen wir wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Kunde zum Discounttarif gekauft hätte. Falls ρ = Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde zum Discounttarif gekauft hätte, gilt:

$$C_o = \rho D - (1 - \rho)(F - D) = \rho F - (F - D)$$

Beispiel: Yield Management

$$P(d < x) \le \frac{C_u}{C_u + C_o}$$

Falls man die Werte für C_o und C_u einsetzt erhält man:

$$P(d < x) \le \frac{C_u}{C_u + C_o} \le \frac{(F - D)}{\rho \cdot F}$$

Aufgabe: Yield Management

Eine Autovermietung stellt einen massiven Anstieg der Nachfrage für Mietwagen der höheren Klasse fest. Die Autovermietung bietet genau zwei Klassen in ihrer Flotte: 80 Kompakt und 45 Mittelklasse Autos. Täglich werden 75 Wagen der Kompaktklasse nachgefragt, wobei 60 dieser Kunden als „Angebot-Bucher" klassifiziert werden. Bei der Mittelklasse werden 45 täglich nachgefragt, wovon 20 Nachfragen als „Angebot-Bucher" klassifiziert werden.

Klasse	Normaltarif	Discount-Tarif	Standard-abweichung
Compact	$55	$40	15
Midsize	$95	$70	10

Die tägliche Nachfrage ist normalverteilt. Kunden, die bekanntermassen Mittelklasse buchen, sind nicht bereit, auf die Kompaktklasse umzusteigen, wenn kein Mittelklasse-Wagen verfügbar ist. Die Angebot-Rate wird nur bei 14 Tage Vorausbuchung. 60 Wagen der Kompaktklasse und 40 Wagen der Mittelklasse sind für den Normaltarif reserviert.

1)
Ermitteln Sie mittels Yield Management die optimale Anzahl reservierter Fahrzeuge der zwei Klassen für den Normaltarif.

2)
Würden Sie die Flottengrösse für Mittelklassewagen verändern?

Aufgabe: Yield Management

1) $P(d_c < x_c) \le \dfrac{55-40}{55*0.8} = \dfrac{15}{44} = 0.340909$

=> z = -0.410

$x_c \equiv \mu + z\sigma$ => 75-0.410*15 ≈ 69

$P(d_m < x_m) \le \dfrac{95-70}{95*0.44} = \dfrac{25}{41.8} = 0.5981$

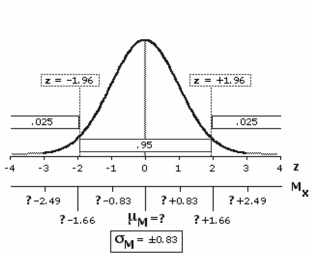
=> z = 0.25

$x_m \equiv \mu + z\sigma$ => 45+0.25*10 = 47.5

2)
Midsize kaufen.

Standard Normal (z) Verteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
−3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
−3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
−3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
−3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
−2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

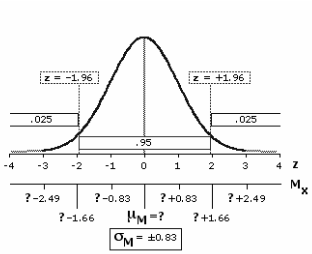


Standardizing normal random variables *(X ~ N(μ,σ2))*

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$ with $Z \sim N(0,1)$

Standard Normal (z) Verteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998



Standardizing normal random variables *(X ~ N*(μ,σ2))

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$ with *Z ~ N*(0,1)