OPERATIONS MANAGEMENT

- Kurzfristige Kapazitätsplanung -

Helmut M. Dietl 1

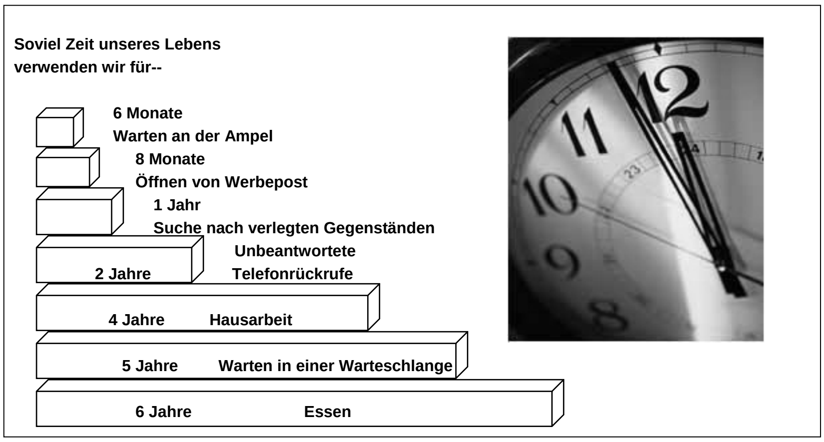
Lernziele

Nach dieser Veranstaltung sollten Sie wissen,

- welcher Trade-off zwischen Warte- und Servicekosten besteht
- wovon das subjektive Wartezeitempfinden abhängt und wie es sich beeinflussen lässt
- aus welchen Grundelementen ein Warteschlangensystem besteht
- inwieweit poissonverteilte Ankunftsraten dem exponentiellverteilten Zeitabstand zwischen 2 Ankünften entsprechen
- wie man die wichtigsten Warteschlangenmodelle anwendet
- wie die wichtigsten Performancekriterien von Warteschlangensystemen berechnet werden können
- inwiefern Kapazitätsentscheidungen auf der Basis von Warteschlangenmodellen getroffen werden können

Helmut M. Dietl 2

Wie zerrinnt unsere Zeit?



Quelle: U.S. News & World Report, 30.1.1989, S. 81

Wartephänomene

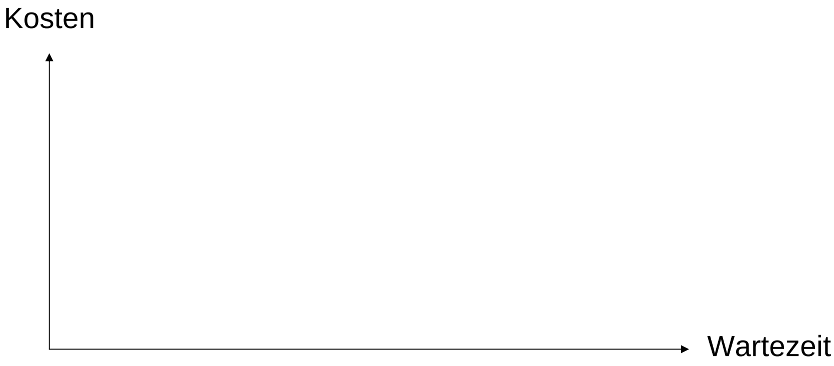
- ***Unausweichlichkeit*:** Wartezeit ist das unausweichliche Ergebnis unterschiedlicher Veränderungen bei der Ankunftsrate und der Servicerate
- ***Warteökonomik*:** Hohe Serverauslastung kann nur durch Wartezeiten der Kunden erkauft werden => Trade off zwischen Auslastung und Wartezeit
  - Auswege:
    - Produktive Wartezeit (Salatbuffet)
    - Profitable Wartezeit (Empfangsbar)

2 Komponenten des Warteschlangenmanagements

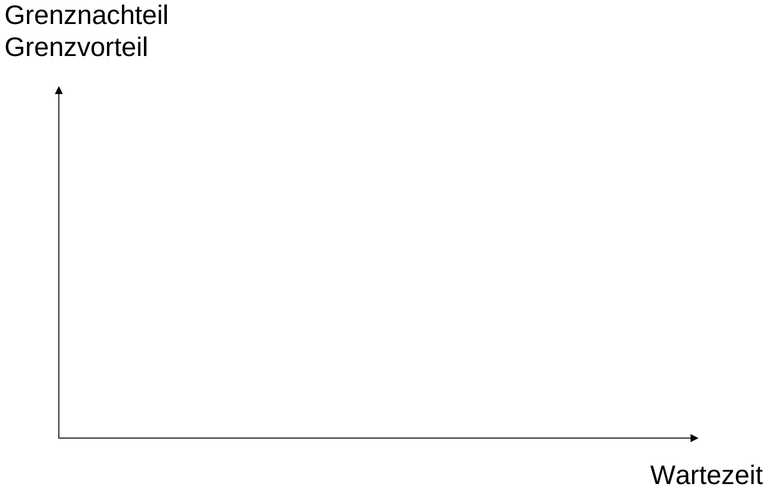
- Tatsächliche Wartezeit
  - Objektiv
  - Messbar
  - Warteschlangenmodelle
- Beispiel:
  - Verringerung der tatsächlichen Wartezeit durch zusätzlichen Hotelaufzug

- Empfundene Wartezeit
  - Subjektiv
  - Nicht messbar
  - Psychologische Studien
- Beispiel:
  - Verringerung der empfundenen Wartezeit durch Spiegel vor den Hotelaufzügen

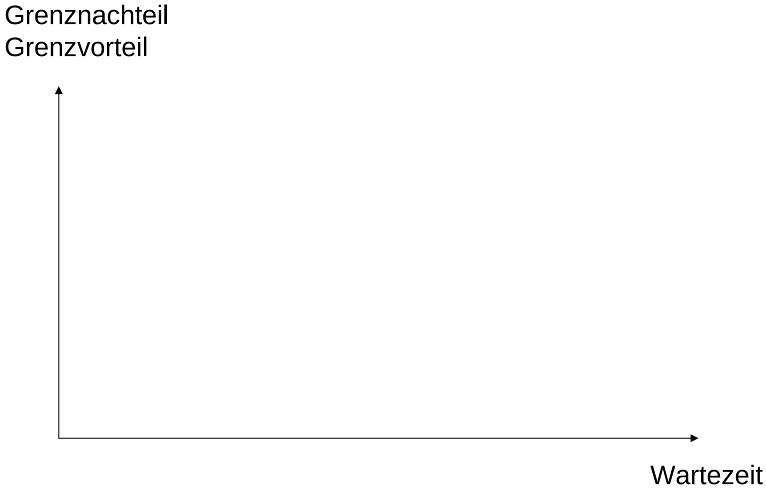
Trade-off im Warteschlangenmanagement



Trade-off-Optimierung



Trade-off und Opportunitätskosten



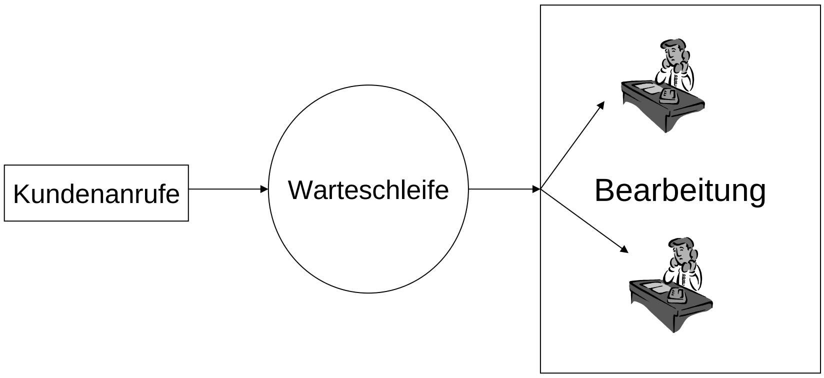
Warteschlangenpsychologie

Subjektives Zeitempfinden länger	*Subjektives Zeitempfinden kürzer*
Warten ohne Ablenkung/Beschäftigung	Warten mit Ablenkung/Beschäftigung
Unerwartete Wartezeit	Geplante Wartezeit
Allein warten	In der Gruppe warten
Wartezeit außerhalb des Serviceprozesses	Wartezeit innerhalb des Serviceprozesses
Besorgtes Warten	Entspanntes Warten

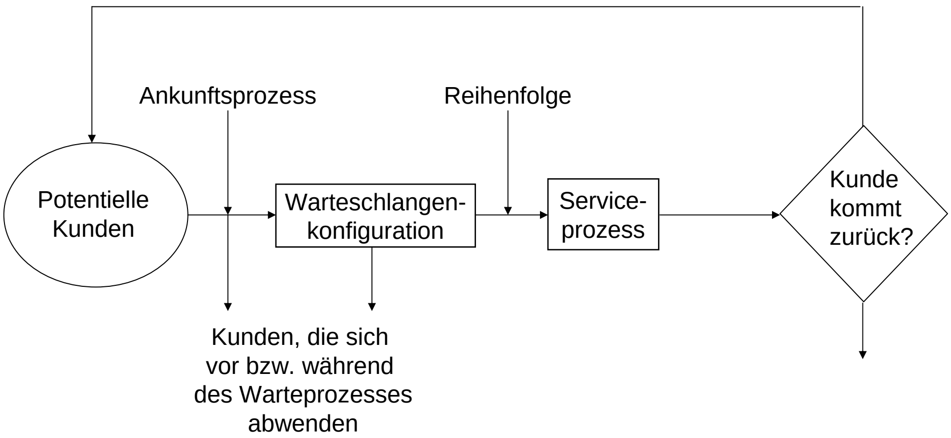
Verringerung der empfundenen Wartezeit

- Gerechte vs. ungerechte Wartezeiten
  - Nummern- und Einschlangensystem (aber: Supermarkt), keine Telefonanrufe!
- Bequeme vs. unbequeme Wartezeiten
  - Empfangsbar in Restaurants, Bestuhlung, Unterhaltung
- Erklärte vs. unerklärte (besorgniserregende) Wartezeit
  - Abflugverzögerung wegen Enteisung der Tragflächen
- Beschäftigtes vs. beschäftigungsloses Warten
  - Wartelounge mit Fax- und Internetanschluss
- Wartezeiten außerhalb vs. innerhalb des Systems
  - Vorprogramm im Kino

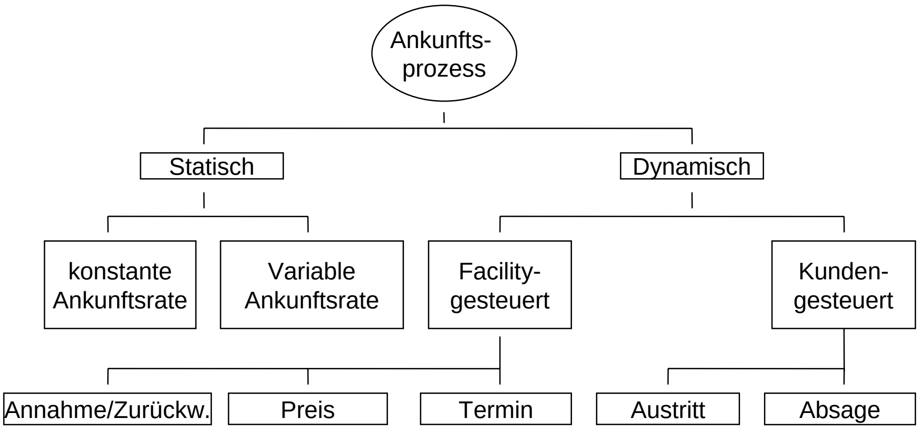
Warteschlangensysteme



Grundelemente von Warteschlangensystemen



Ankunftsprozess



Exponentialverteilung (stetig)

Dichtefunktion: $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ $\quad t \geq 0$

λ = durchschnittliche Ankunftsrate pro Zeiteinheit (z.B. Minuten, Stunden, Tage)
t = Zeitabstand zwischen 2 Ankünften
e = 2.718...

Verteilungsfunktion: $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ $\quad t \geq 0$

Mittelwert:

Varianz:

Poissonverteilung (diskret)

Dichtefunktion: $f(n) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$ $\quad n = 0,1,2,3,\ldots$

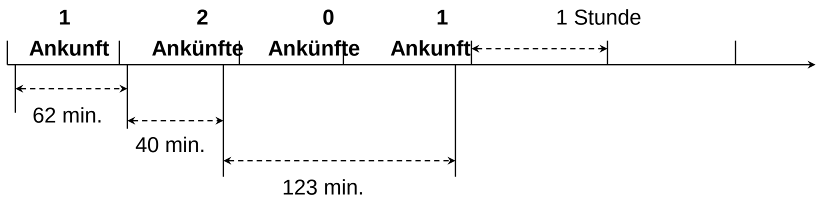
λ = durchschnittliche Ankunftsrate pro Zeiteinheit (z.B. Minuten, Stunden, Tage)
t = Anzahl der Zeitperioden (i.d.R. 1)
n = Anzahl der Ankünfte (0,1,2,...)
e = 2.718...

Mittelwert:

Varianz:

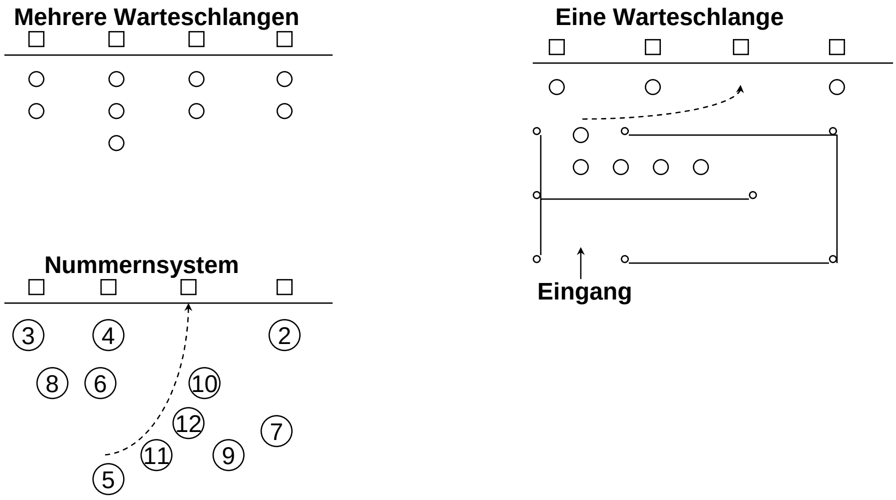
Äquivalenz zwischen Poisson- und Exponentialverteilung

Poissonverteilung für die Anzahl der Ankünfte pro Stunde (oben)



Exponentialverteilung der Zeitabstände zwischen 2 Ankünften in Minuten (unten)

Warteschlangenkonfiguration



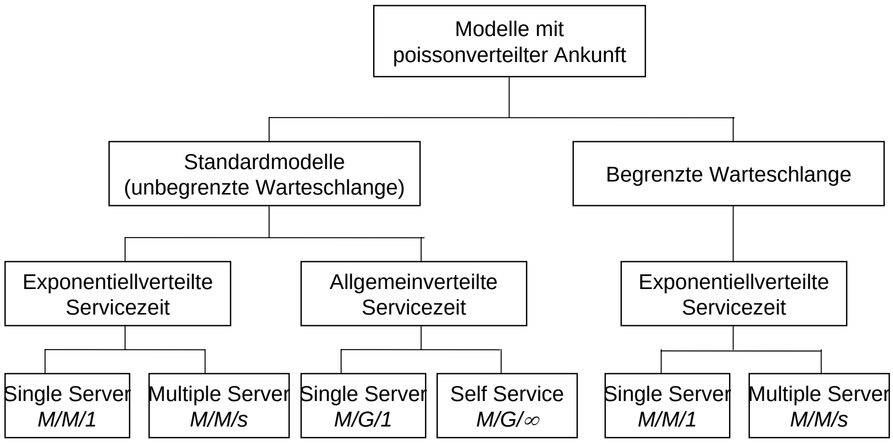
Reihenfolge

- Prinzipien
  - Statisch (FCFS)
  - Dynamisch
    - Reihenfolge basiert auf Warteschlange
      - Information über Länge der Schlange
      - Karussell-prinzip
    - Reihenfolge basiert auf Kunden-eigenschaften
      - Prioritäts-regeln
      - Bearbeitungs-zeit (SPT)

Serveranordnung

Servicefacility	*Serveranordnung*
Parkplatz	**Selbstbedienung**
Cafeteria	**Server hintereinander**
Mautstelle	**Server parallel**
Supermarkt	**Selbstbedienung (1. Stufe); Parallel-Server (2.Stufe)**
Krankenhaus	**Viele Servicecenter (parallel und hintereinander)**

Warteschlangenmodelle im Überblick



***A/B/C* Notation: *A* beschreibt die Verteilung der Zeitabstände zwischen 2 Ankünften, *B* beschreibt die Verteilung der Servicezeit und *s* (oder *c*) die Anzahl der Server.**
***M* beschreibt die Exponentialverteilung, *G* irgendeine allgemeine Verteilung (z.B. Normalverteilung, Gleichverteilung, etc.)**

Standard M/M/1-Modell

- Voraussetzungen:
  - Unbegrenzte oder sehr große Menge potentieller Kunden
  - Zeitabstände zwischen 2 Ankünften sind negativ exponentialverteilt bzw. Ankunftsrate ist poissonverteilt
  - Eine unbegrenzte Warteschlange ohne Abwanderung von Kunden
  - FCFS
  - Ein Server mit negativ exponentiell verteilter Servicezeit bzw. poissonverteilter Servicerate
  - $\lambda < \mu$

M/M/1

Poissonverteilte Ankunfts- und Servicerate ($\lambda < \mu$)

Durchschnittliche Ankunftsrate: λ

Durchschnittliche Servicerate: μ

Durchschnittlicher Auslastungsgrad:

Wahrscheinlichkeit, dass sich genau n Kunden im System befinden:

Wahrscheinlichkeit, dass sich k oder mehr Kunden im System befinden:

M/M/1

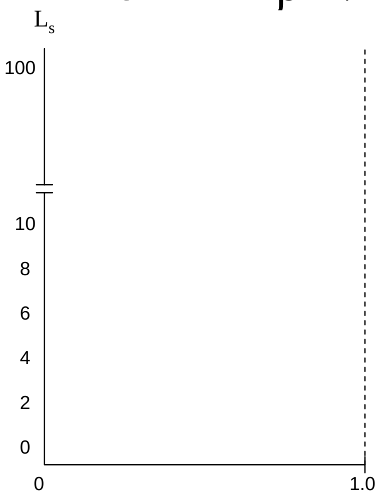
Durchschnittliche Anzahl von Kunden im System: $Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$

Durchschnittliche Länge der Warteschlange: $Lq = \frac{\rho\lambda}{\mu - \lambda}$

Durchschnittliche Verweildauer im System: $Ws = \frac{1}{\mu - \lambda}$

Durchschnittliche Verweildauer in der Warteschlange: $Wq = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$

Wie ändert sich die Länge der Warteschlange, wenn $\rho \to 0$?



$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

$L_s = \frac{\rho}{1-\rho}$

ρ	L_s
0	0
0.2	0.25
0.5	1
0.8	4
0.9	9
0.99	99

Beispiel 1: Eisverkäufer

- Pro Stunde kommen durchschnittlich 80 Kunden.
- Der Verkäufer benötigt je Kunde durchschnittlich 30 Sekunden.
- Ankunftsrate der Kunden ist poissonverteilt.
- Servicerate ist poissonverteilt.

Fragen zum Eisverkäufer-Beispiel

1. Wie hoch ist der durchschnittliche Auslastungsgrad des Eisverkäufers?
2. Wie lang ist die durchschnittliche Warteschlange vor dem Eisverkäufer?
3. Wie viele Kunden befinden sich durchschnittlich im „System“ (Warteschlange + Bedienung)?
4. Wie lange verweilt ein Kunde durchschnittlich in der Warteschlange (durchschnittliche Wartezeit)?
5. Wie lange verweilt ein Kunde durchschnittlich im „System“ (durchschnittliche Verweilzeit)?

Eisverkäufer-Beispiel

1. Durchschnittlicher Auslastungsgrad des Eisverkäufers

$$\lambda = 80 \text{ Kunden/Stunde}$$

$$\mu = \frac{1 \text{ Kunde}}{30 \text{ Sekunden}(1 \text{ Stunde} / 3600 \text{ Sekunden})} = 120 \text{ Kunden / Stunde}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{80 \text{ Kunden/Stunde}}{120 \text{ Kunden/Stunde}} = 0{,}67 = 67\%$$

Eisverkäufer-Beispiel

2. Durchschnittliche Länge der Warteschlange

$$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} =$$

3. Durchschnittliche Anzahl der Kunden im System

$$Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} =$$

Eisverkäufer-Beispiel

4. Durchschnittliche Wartezeit

$$Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} =$$

5. Durchschnittliche Verweilzeit

$$Ws = \frac{1}{\mu-\lambda} =$$