



Universität  
Zürich<sup>UZH</sup>

Institut für Betriebswirtschaftslehre

# Operations Management

Lagerhaltungsmanagement





## Aufgabe 1 – Lösung/1

Folgende Variablen sind gegeben:

Preis:  $p = 20$  CHF/Pneu

Bedarf:  $M = 52$  Wochen/Jahr \* 15 Pneus/Woche = 780 Pneus/Jahr

Bestellfixkosten:  $a = 15$  CHF/Bestellung

Lagerkosten:  $c = 10\% * 20$  CHF = 2 CHF/Pneu

Lieferfrist:  $L = 2$  Tage

a) Zunächst werden die optimale Bestellmenge und die erwarteten jährlichen Kosten ohne Rabatt berechnet:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ma}{c}} = \sqrt{\frac{2 * 780 * 15}{2}} = 108.17 \approx 108 \text{ Schläuche}^*)$$

$$K = pM + \frac{M}{Q}a + \frac{Q}{2}c = 20 * 780 + \frac{780}{108} * 15 + \frac{108}{2} * 2 = 15'816.3 \text{ CHF}$$

\*) Betriebswirtschaftlich begründet könnte man auch auf 109 Pneus aufrunden, um  $M$  über alle Bestellungen hinweg lieber zu über- als zu unterschreiten.



## Aufgabe 1 – Lösung/2

b) Der optimale Bestellpunkt wird mit den Angaben aus 1a) bestimmt.

$$T = 15 \text{ Pneus pro Woche} / 7 \text{ Tage pro Woche} = 2.14$$

$$L = 2 \text{ Tage}$$

$$SB = 15 \text{ pro Woche}$$

$$R = T * L + SB = \frac{15}{7} * 2 + 15 = 19.28 \approx 19 \text{ bzw. } 20 \text{ Pneus}$$



## Aufgabe 1 – Lösung/3

c) Zunächst Berechnung der optimalen Bestellmenge für den niedrigsten Preis (d.h. höchster Rabatt = 15%)

$$p_{R15} = p * 0.85 = 20 \frac{CHF}{P} * 0.85 = 17$$

$$c_{R15} = p_{R15} * 0.1 = 17 \frac{CHF}{P} * 0.1 = 1.7$$

Mit Rabatt (15%) beläuft sich die optimale Bestellmenge auf:

$$Q_{R15} = \sqrt{\frac{2Ma}{c_{R15}}} = \sqrt{\frac{2 * 780 * 15}{1.7}} = 117.32 \approx 117 \text{ Pneus}$$

Die optimale Bestellmenge von 117 Pneus unterschreitet die Mindestbestellmenge, um den Rabatt überhaupt zu realisieren. Für die Berechnung der jährlichen erwarteten Kosten wird daher mit der Mindestbestellmenge von 121 Pneus gerechnet.

$$K_{R15} = p_{R15}M + \frac{M}{121}a + \frac{121}{2}c_{R15} = 17 * 780 + \frac{780}{121} * 15 + \frac{121}{2} * 1.7 = 13'459,55CHF$$



## Aufgabe 1 – Lösung/3

Danach Berechnung der optimalen Bestellmenge für den zweitniedrigsten Preis (d.h. zweithöchster Rabatt = 10%)

$$p_{R10} = p * 0.90 = 20 \frac{CHF}{P} * 0.90 = 18$$

$$c_{R10} = p_{R10} * 0.1 = 18 \frac{CHF}{P} * 0.1 = 1.8$$

Mit Rabatt (10%) beläuft sich die optimale Bestellmenge auf:

$$Q_{R10} = \sqrt{\frac{2Ma}{c_{R10}}} = \sqrt{\frac{2 * 780 * 15}{1.8}} = 114.02 \approx 114 \text{ Pneps}$$

$$K_{R10} = p_{R10}M + \frac{M}{114}a + \frac{114}{2}c_{R10} = 18 * 780 + \frac{780}{114} * 15 + \frac{114}{2} * 1.8 = 14'245,23CHF$$

Da  $K_{R15} < K_{R10} < K$  sollte der höchste Rabatt realisiert werden. Die Mindestbestellmenge (121) liegt zwar über der optimale Bestellmenge (117), allerdings sind die Gesamtkosten in diesem Fall trotzdem niedriger als im unrabattierten und im 10%-Rabatt Fall.



## Aufgabe 2 – Lösung/1

Folgende Variablen sind gegeben:

Preis:  $p = 10 \text{ CHF/Karton}$

Bedarf:  $M = 100 \text{ Kartons}$

Bestellfixkosten:  $a = 9 \text{ CHF/Lieferung}$

Lagerkosten:  $c = 2 \text{ CHF/Karton}$

Ein Rabatt wird gewährt, falls  $Q \geq 32$ . Preis und Lieferkosten betragen in diesem Fall:

$$p_R = p * (100\% - 5\%) = 10 \text{ CHF/Karton} * 0.95 = 9.50 \text{ CHF/Karton}$$

$$a_R = 16 \text{ CHF/Lieferung}$$



## Aufgabe 2 – Lösung/2

- i. Ohne Rabatt bestellt Emma am besten:

$$Q = \sqrt{\frac{2Ma}{c}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 9}{2}} = 30 \text{ Kartons}$$

$$K = pM + \frac{M}{Q}a + \frac{Q}{2}c = 10 * 100 + \frac{100}{30} * 9 + \frac{30}{2} * 2 = 1060 \text{ CHF}$$

- ii. Mit Rabatt bestellt Emma am besten:

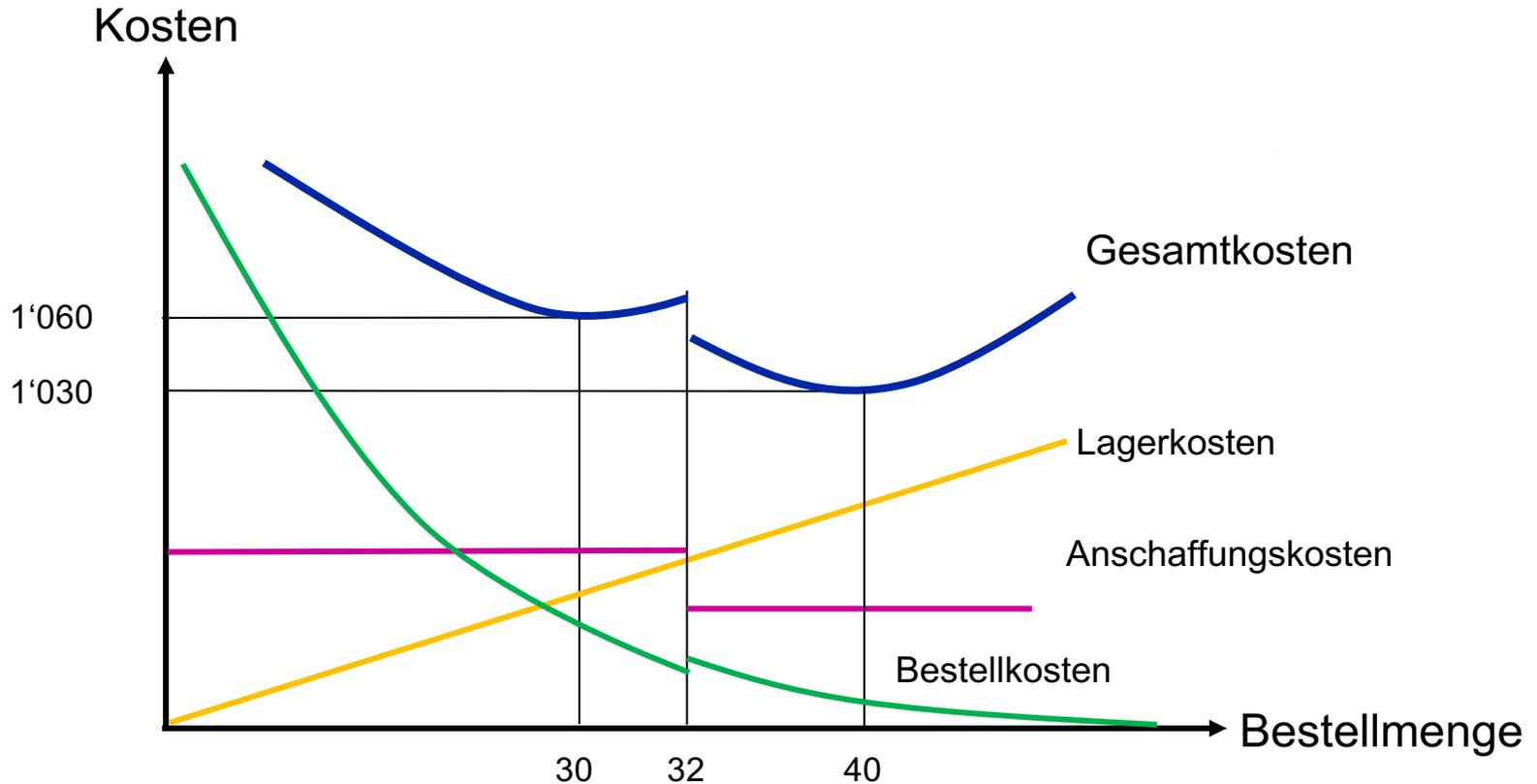
$$Q_R = \sqrt{\frac{2Ma_R}{c}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 16}{2}} = 40 \text{ Kartons}$$

$$K_R = p_R M + \frac{M}{40} a_R + \frac{40}{2} c = 9.5 * 100 + \frac{100}{40} * 16 + \frac{40}{2} * 2 = 1030 \text{ CHF}$$

Da  $K_R < K$  beträgt die optimale Bestellmenge  $Q_R = 40$  Kartons.



## Aufgabe 2 – Lösung/3





## Aufgabe 3 – Lösung/1

Gegebene Variablen:

- Entgangener Gewinn für zu wenig bestellte Milch (pro Liter):

$$1 \text{ CHF} - 0.70 \text{ CHF} = 0.30 \text{ CHF}$$

- Kosten für zu viel bestellte Milch (pro Liter):

$$0.70 \text{ CHF} - 0.60 \text{ CHF} = 0.10 \text{ CHF}$$

Marginalbetrachtung:

- Erwartete Kosten = Erwarteter entgangener Gewinn

$$0.1 F(x) = 0.3(1 - F(x)) \leftrightarrow F(x) = \frac{0.3}{0.4} = 0.75$$

$F(x)$  stellt dabei die Dichtefunktion der täglichen Milchnachfrage dar.



## Aufgabe 3 – Lösung/2

Da die Milchnachfrage  $X$  mit  $\mu = 100$  und  $\sigma^2 = 20^2 = 400$  normalverteilt ist, haben wir nach der Standardisierung:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

Weiter wissen wir, dass:  $P(X \leq x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = 0.75$

Nun können wir den Z-Wert der Standardnormal-Verteilungstabelle entnehmen:  $Z=0.6744$



## Aufgabe 3 – Lösung/2

Zum Schluss rückstandardisieren wir:

$$Z = 0.67 = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 100}{20}$$

Also ist die optimale Bestellmenge  $x = 113.4 \approx 114$  Liter.