



**Universität  
Zürich<sup>UZH</sup>**

**Institut für Betriebswirtschaftslehre**

---

# **Service Management: Operations, Strategie und e-Services**

Prof. Dr. Helmut M. Dietl



## Übersicht

1. Nachfrageprognose
2. Variabilitätsmanagement und Service-Profit-Chain
3. Servicedesign, Serviceinnovation und Prozessanalyse
4. Projektmanagement
5. Qualitätsmanagement
6. Management von Service-Plattformen
- 7. Yield Management**
8. Ökonomie und Psychologie von Warteschlangen
9. Warteschlangenmodelle

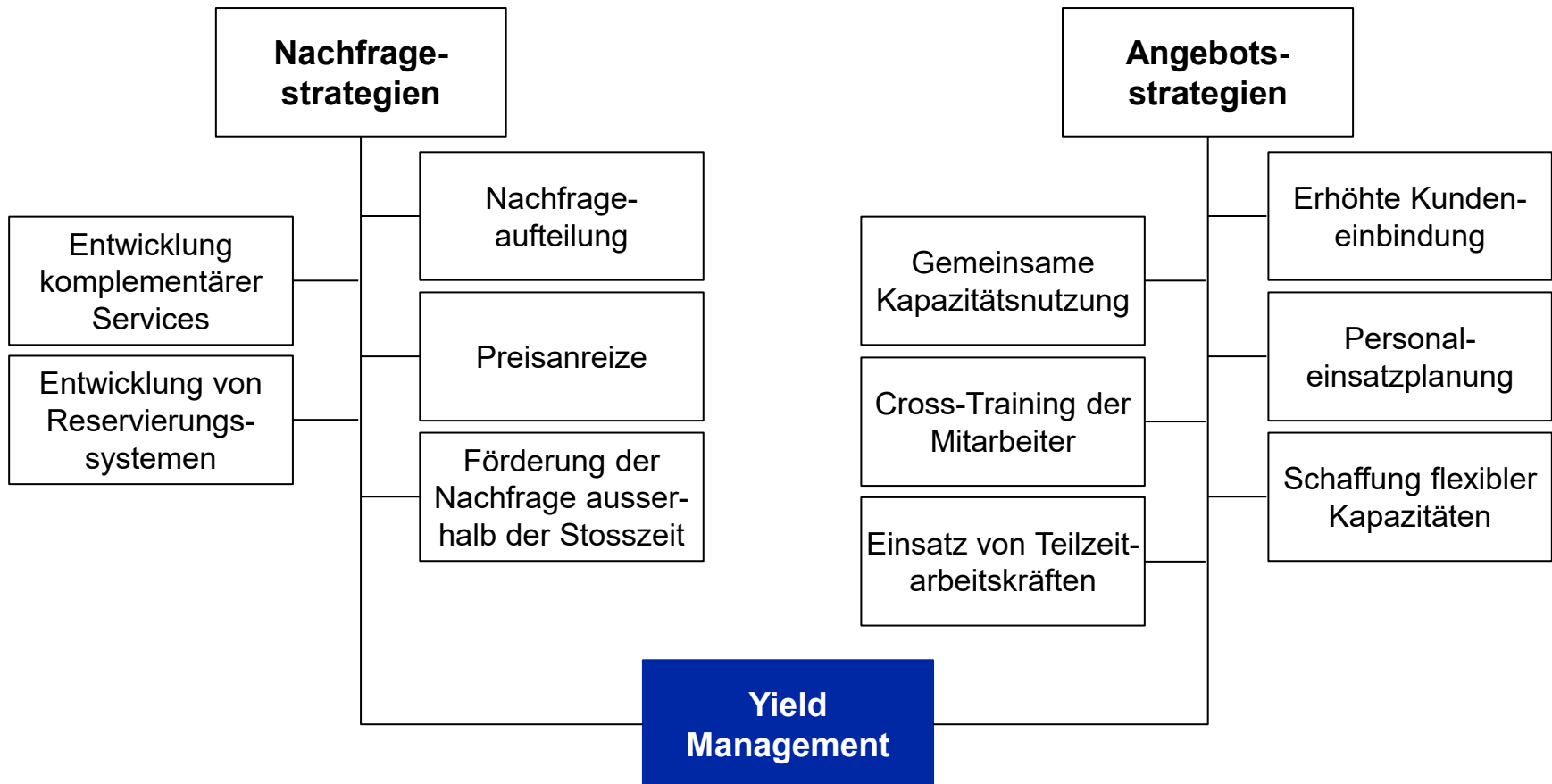


## Lernziele

Nach dieser Veranstaltung sollten Sie,

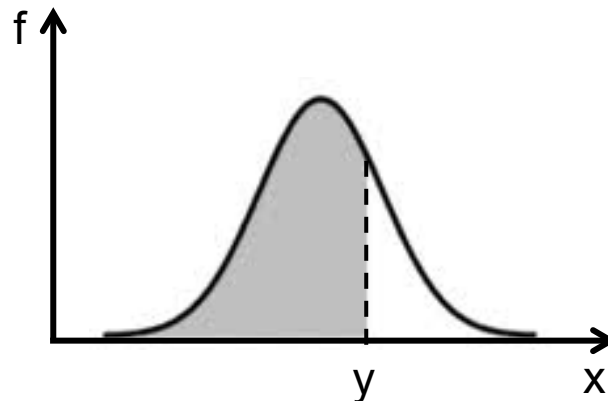
- nachfrage- und angebotsorientierte Strategien zur Angleichung von Angebot und Nachfrage kennen und anwenden können
- das Zeitungsjungensproblem verstehen
- mit den spezifischen Voraussetzungen für das Yield Management vertraut sein
- Yield Management in der Praxis anwenden können

# Strategien zur Angleichung von Angebot und Nachfrage bei Dienstleistungen



## Das Zeitungsjungenproblem (1/5)

Ein Zeitungsjunge (Newsboy, Newsvendor) kauft Zeitungen beim Verlag für  $c$  je Stück ein und verkauft sie anschliessend für  $p$  je Stück. Alle Zeitungen, die er nicht verkaufen kann, werden wertlos (wir werden später den Fall analysieren, wenn die Zeitungen noch einen Restwert haben). Die Nachfrage nach Zeitungen  $x$  ist stochastisch. Der Zeitungsjunge kennt die Dichtefunktion  $f(x)$  der Zeitungsnachfrage. Sein Ziel ist es, den erwarteten Gewinn  $E[G]$  zu maximieren. Der Zeitungsjunge kann dabei nur die Anzahl  $y$  der von ihm beim Verlag gekauften Zeitungen beeinflussen (bitte beachten Sie, dass wir hier unterstellen, die Nachfrage nach Zeitungen sei eine stetige Zufallsvariable. In Wirklichkeit ist die Nachfrage nach Zeitungen eine diskrete Zufallsvariable).





## Das Zeitungsjungenproblem (2/5)

Sein Maximierungsproblem stellt sich wie folgt dar:

$$(1) \quad \underset{y}{\text{Max}} E[G] = p \int_0^y x f(x) dx + py \int_y^{\infty} f(x) dx - cy$$



## Das Zeitungsjungenproblem (3/5)

**Der erwartete Gewinn setzt sich aus drei Teilen zusammen**

$$p \int_0^y x f(x) dx$$

Dieser Term beschreibt die Einnahmen des Zeitungsjungen für den Fall, dass er mehr Zeitungen eingekauft hat, als er verkaufen kann ( $x < y$ ). In diesem Fall kann er die gesamte Nachfrage  $x$  befriedigen und erhält dafür jeweils den Preis  $p$ . Seine Einnahmen sind also gleich  $px$ . Wir müssen diese Einnahmesumme nun für jeden Wert von  $x$  unter der Bedingung ( $x < y$ ) ermitteln und mit seiner Dichte (Wahrscheinlichkeit)  $f(x)$  multiplizieren.

$$py \int_y^{\infty} f(x) dx$$

Dieser Term beschreibt die Einnahmen des Zeitungsjungen für den Fall, dass er weniger Zeitungen eingekauft hat, als er verkaufen kann ( $x > y$ ). In diesem Fall könnte er also mehr Zeitungen verkaufen als er hat. Da er aber nur  $y$  Zeitungen hat, betragen seine Einnahmen in diesem Fall  $py$ . Diese Einnahmesumme müssen wir nun wiederum mit der Dichte (Wahrscheinlichkeit) multiplizieren, dass tatsächlich mehr Zeitungen nachgefragt werden, als der Newsboy gekauft hat.

$$cy$$

Dieser Term beschreibt die Kosten der gekauften Zeitungen.



## Das Zeitungsjungenproblem (4/5)

Um den optimalen Wert für  $y$  zu finden, leiten wir die Gewinnfunktion nach  $y$  ab und setzen dann die Ableitung gleich Null. Beachten Sie bitte, dass gilt:

$$(2) \quad \frac{d}{dy} \int_0^y f(x) dx = f(y) \quad \text{und} \quad \frac{d}{dy} \int_y^{\infty} f(x) dx = -f(y)$$

Folglich erhalten wir:

$$(3) \quad pyf(y) + p \int_y^{\infty} f(x) dx - pyf(y) - c = 0$$

Dies lässt sich vereinfachen zu:

$$(4) \quad p[F(\infty) - F(y)] - c = 0$$





## Das Zeitungsjungenproblem (5/5)

Umformen ergibt (5)  $p[1 - F(y)] - c = 0$

bzw. (6) 
$$F(y) = \frac{p - c}{p}$$



## Aufgabe 1

Ein Dienstleistungsunternehmen verkauft Informationsservices über das Internet. Wegen Wartungsarbeiten an seinen eigenen Servern muss das Unternehmen kurzfristig Serverkapazitäten von einem externen Anbieter mieten. Dieser Anbieter verlangt 200 Dollar pro Tag für jedes Terabyte (TB), das er vermietet, und zwar unabhängig von der tatsächlichen Nutzung. Damit ergibt sich für das Dienstleistungsunternehmen folgendes Problem: Wenn es zu viel Serverkapazität anmietet, muss es die (vermeidbaren) Mietkosten für die Überkapazität tragen. Falls, auf der anderen Seite, zu wenig Serverkapazität angemietet wird, entgeht dem Dienstleistungsunternehmen Umsatz. Aus seiner bisherigen Markterfahrung weiss das Unternehmen, dass die benötigte Serverkapazität um einen Mittelwert von 90 TB normalverteilt ist und die Standardabweichung 10 TB beträgt. Ferner weiss das Unternehmen, dass unbeantwortete Kundenanfragen zu einem Umsatzverlust von 500 Dollar je TB führen. Wieviel Serverkapazität soll das Unternehmen anmieten?



## Aufgabe 1: Lösung

- Zuerst setzen wir die entsprechenden Werte in Gleichung (6) unseres Zeitungsjungenmodells ein:

$$F(y) = \frac{p - c}{p} = \frac{500 - 200}{500} = 0.6$$

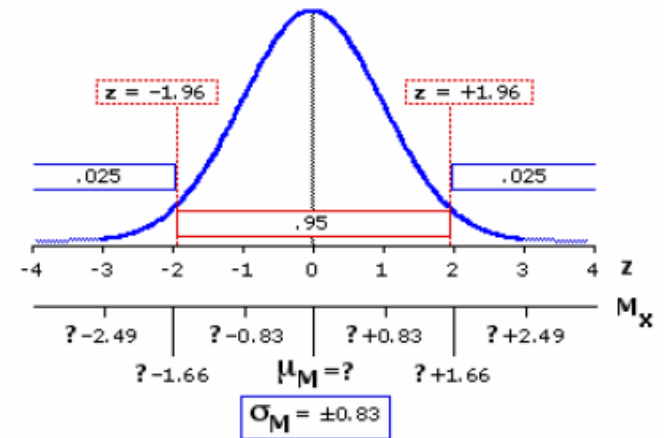
- Als nächstes müssen wir in der Standardnormalverteilungstabelle den z-Wert finden, der folgende Gleichung löst:  $F(z)=0.6$ .
- Der entsprechende z-Wert ist 0.25.
- Die Serverkapazität, die angemietet werden soll, erhält man dann wie folgt:

$$y^* = \mu + 0.25 * \sigma = 90 + 0.25 * 10 = 92.5$$

=> Das Dienstleistungsunternehmen soll 92.5 TB Serverkapazität anmieten

# Standardnormalverteilung

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6369	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986



Standardisierung normalverteilter  
Zufallsvariablen ( $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ )

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ mit } Z \sim N(0,1)$$



## Das Zeitungsjungenproblem: Marginalbetrachtung

Das Zeitungsjungenproblem lässt sich auch mittels Marginalbetrachtung lösen:

- Der Zeitungsjunge sollte die Anzahl  $y$  an Zeitungen, die er beim Verlag kauft, solange erhöhen, bis der erwartete Umsatz der zuletzt gekauften Zeitung gerade den erwarteten Kosten dieser zuletzt gekauften Zeitung entspricht.
- Der erwartete Umsatz der zuletzt beim Verlag gekauften Zeitung beträgt  $p[1 - F(y)]$ , d.h. Preis der Zeitung  $p$  multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, dass diese letzte Zeitung verkauft werden kann  $[1 - F(y)]$ .
- Die erwarteten Kosten der letzten gekauften Zeitung sind  $c$ .
- Somit erhalten wir:

$$(7) \quad p[1 - F(y)] = c$$

- Durch Umformen von (7) erhalten wir wiederum (6):

$$(6) \quad F(y) = \frac{p-c}{p}$$



## Zeitungsungenproblem: Diskreter Fall mit Restwert (1/3)

Für diesen Fall benutzen wir folgende Notation:

- $x$  = Nachfrage nach Zeitungen
- $y$  = Anzahl Zeitungen, die der Zeitungsjunge beim Verlag kauft
- $p$  = Verkaufspreis der Zeitung
- $c$  = Kosten der Zeitung (Preis, den der Zeitungsjunge dem Verlag bezahlt)
- $s$  = Restwert einer Zeitung



## Zeitungsungenproblem: Diskreter Fall mit Restwert (2/3)

- $C_U$  = Kosten der Unterschätzung der Nachfrage (Costs of Underestimating) =  $p - c$  (wenn der Zeitungsjunge nicht genug Zeitungen beim Verlag gekauft hat, weil er die Nachfrage unterschätzt hat, entgeht ihm ein bei Marginalbetrachtung ein Gewinn in Höhe von  $p - c$ , da er eine zusätzliche Zeitung zum Preis  $p$  hätte verkaufen können, wenn er sie zu Kosten in Höhe von  $c$  beim Verlag gekauft hätte)
- $C_O$  = Kosten der Überschätzung der Nachfrage (Costs of Overestimating) =  $c - s$  (wenn der Zeitungsjunge zu viele Zeitungen gekauft hat, d.h. die Nachfrage überschätzt hat, verliert er  $c - s$  pro Zeitung, die er zu Kosten  $c$  gekauft hat, aber zum Preis  $p$  nicht mehr verkaufen kann, sondern nur noch zum Restwert  $s$  verwerten kann)
- Ohne den Restwert, d.h. ohne die Möglichkeit, die nichtverkauften Zeitungen zum Restwert  $s$  zu verwerten, wären die Kosten der Überschätzung  $C_O = c - 0 = c$



## Zeitungsungenproblem: Diskreter Fall mit Restwert (3/3)

Bei Marginalbetrachtung sollte der erwartete Gewinn der zuletzt beim Verlag gekauften Zeitung nicht geringer als die erwarteten Kosten dieser Zeitung sein:

$$(8) \quad (p - c) \text{Prob}(x \geq y) \geq (c - s) \text{Prob}(x < y)$$

Dies ist gleichbedeutend damit, dass der Zeitungsjunge die Anzahl der Zeitungen, die er beim Verlag kauft, solange erhöhen soll, bis die erwarteten Kosten der Unterschätzung grösser oder gleich der erwarteten Kosten der Überschätzung sind:

$$(9) \quad [1 - \text{Prob}(x < y)] C_U \geq \text{Prob}(x < y) C_O$$

Durch Umformen erhält man:

$$(10) \quad \text{Prob}(x < y) \leq \frac{C_U}{C_U + C_O}$$

Durch Einsetzen von  $C_U = p - c$  und  $C_O = c - s$  erhält man:

$$(11) \quad \text{Prob}(x < y) \leq \frac{p - c}{p - s}$$





## Aufgabe 2

Mickeys Blumenservice ist dabei, eine Bestellung für Blumensträuße zum Valentinstag aufzugeben. Die Sträuße werden für \$ 12,- pro Stück bei der Gärtnerei eingekauft und können bis zum Valentinstag für \$ 25,- je Strauß an die Endkunden geliefert werden. Nach dem Valentinstag können übrige Sträuße nur noch mit einem starken Preisnachlass für \$ 9,99 je Strauß an einen Discounter weiterverkauft werden. Auf der Grundlage der Erfahrungen der letzten Jahre wird die Nachfrage gemäss der folgenden Tabelle geschätzt:

Nachfrage	Wahrscheinlichkeit in %
10	20
11	30
12	40
13	10

Wie viele Sträuße sollen bestellt werden?



## Aufgabe 2: Lösung

Das Problem wird mit Hilfe von (11) gelöst:

$$Prob(x < y) \leq \frac{p-c}{p-s} \leq \frac{25-12}{25-9.99} = \frac{13}{15.01} \approx 0.866 = 86.6\%$$

Als nächstes müssen wir  $Prob(x < y)$  berechnen, um die grösste Anzahl Blumensträuße zu finden, für die die kumulative Wahrscheinlichkeit  $Prob(x < y) \leq 86.6\%$  gilt. Das Ergebnis ist in folgender Tabelle dargestellt:

Nachfrage	Wahrscheinlichkeit in %	$Prob(x < y)$ in %
10	20	0
11	30	20
12	40	50
13	10	90

=> Mickeys Blumenservice sollte 12 Blumensträuße für den Valentinstag bestellen.



## Das Zeitungsungenproblem: Verallgemeinerung

- Die Logik des Zeitungsungenproblem lässt sich auf alle Probleme verallgemeinern, die durch denselben grundlegenden Trade off charakterisiert sind, zum Beispiel:
  - Überbuchung (Overbooking)
    - Wenn zu viele Sitze, Hotelzimmer, etc. überbucht werden, müssen die Kunden, deren Buchung nicht erfüllt werden kann, kompensiert werden
    - Wenn zu wenig Sitze, Hotelzimmer, etc. überbucht werden, geht Nachfrage durch leere Sitze, leere Hotelzimmer, etc. verloren
  - Marktsegmentierung/Preisdiskriminierung
    - Wenn zu viele Sitze, Hotelzimmer, etc. für den Normaltarif kontingentiert werden, bleiben Sitze, Hotelzimmer, etc. leer, die zum Diskonttarif hätten verkauft werden können
    - Wenn zu wenig Sitze, Hotelzimmer, etc. für den Normaltarif kontingentiert werden, werden Sitze, Hotelzimmer, etc. zum Diskonttarif verkauft, die zum Normaltarif hätten verkauft werden können
- Die Optimierung dieser Trade-offs ist das Herzstück des Yield Management



## Yield Management

- Yield Management ist wie folgt definiert:
  - *Zuweisung der richtigen Art von Kapazität an den richtigen Kundentyp zum richtigen Preis und zur richtigen Zeit, um den Umsatz oder Ertrag zu maximieren.*
- Yield Management eignet sich vor allem in Branchen mit den folgenden Eigenschaften
  - Relativ fixe Kapazität
  - Möglichkeiten der Nachfragesegmentierung
  - Wertverlust durch Lagerung der Güter (Services!)
  - Vorausverkauf der Güter ist möglich
  - Schwankende Nachfrage
  - Niedrige Grenzkosten der Güter und hohe Grenzkosten der Kapazitätsanpassung



## Voraussetzungen für Yield Management

Branchen, die Yield Management anwenden

- Luftfahrt
  - Hotels
  - Autovermietung
  - Kreuzfahrtschiffe
  - Frachtschiffe
  - Theater, Oper etc.
  - Broadcasting
  - Telcos
- 
- 1970s**
- 1980s**
- 1990s**



## Yield Management: Grundlegende Formeln

- Für den diskreten Fall verwenden wir Gleichung (10)

$$(10) \quad \text{Prob}(x < y) \leq \frac{c_U}{c_U + c_O}$$

- Für den stetigen Fall verwenden wir Gleichung (12), die sich direkt aus Gleichung (6) ableiten lässt

$$(12) \quad F(y) = \frac{c_U}{c_U + c_O}$$



## Aufgabe 3

Das Ocean View Hotel verfügt über 150 Einzelzimmer, die es zu einem Preis von 120 Dollar pro Nacht anbietet. Die Buchungen können jederzeit kostenlos storniert werden. Aufgrund ihrer langjährigen Erfahrung weiss die Hotelmanagerin, dass die Anzahl der kurzfristigen Stornierungen (No-Shows) normalverteilt ist mit einem Mittelwert von 10 und einer Standardabweichung von 5. Da Hotelzimmer, die kurzfristig storniert werden, leer bleiben, nimmt das Hotel mehr Buchungen entgegen, als Zimmer verfügbar sind. Dieses Overbooking kann dazu führen, dass mehr Gäste einchecken wollen, als Zimmer verfügbar sind. Für jeden Gast, den das Hotel aufgrund dieses Overbooking abweisen muss, entstehen dem Hotel Kosten in Höhe von 320 \$ für eine alternative Unterbringung sowie einen Gutschein für eine Übernachtung im Ocean View Hotel in der Zukunft. Zudem muss der Gast natürlich die 120 \$ für das Zimmer nicht bezahlen.

Wie viele Einzelzimmer sollte Ocean View überbuchen?



## Aufgabe 3: Lösung (1/4)

Problem 3 wird mit Hilfe von Gleichung (12) gelöst (Anmerkung: Problem 3 ist im Grunde ein diskreter Fall (Anzahl der No-Shows). Da jedoch die Anzahl der No-Shows mit der stetigen Normalverteilung approximiert wird, müssen wir die Gleichung für den stetigen Fall anwenden:

$$F(y) = \frac{C_U}{C_U + C_O}$$

Zunächst müssen wir die Kosten ermitteln, die entstehen, wenn die Anzahl der No-Shows unterschätzt wird. Wenn die Hotelmanagerin die Anzahl der No-Shows unterschätzt, verliert sie Einnahmen von 120 \$ pro Einzelzimmer  
 $\Rightarrow C_U = 120$

Als Nächstes müssen wir die Kosten ermitteln, die entstehen, wenn die Zahl der No-Shows überschätzt wird. Wenn die Hotelmanagerin die Anzahl der No-Shows überschätzt, entstehen ihr Kosten in Höhe von 320 \$ pro Buchung, die nicht bedient werden kann  $\Rightarrow C_O = 320$

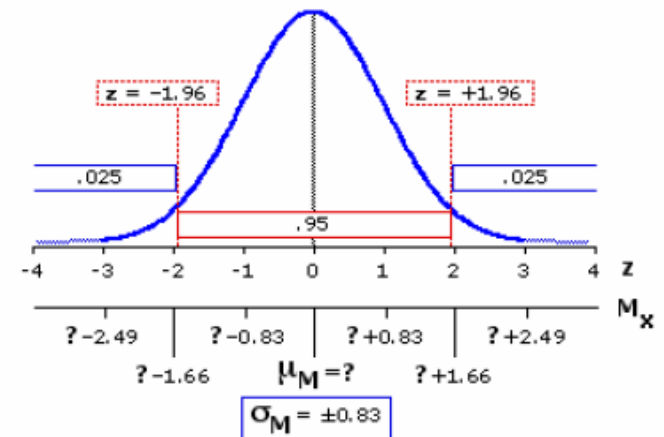
Damit erhalten wir:

$$F(y) = \frac{120}{120 + 320} \approx 0.273$$



## Aufgabe 3: Lösung (2/4)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986



Standardisierung normalverteilter  
Zufallsvariablen ( $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ )

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ mit } Z \sim N(0,1)$$



## Aufgabe 3: Lösung (3/4)

Hinweis: In der Tabelle der Standardnormalverteilung auf der vorherigen Folie sind nur z-Werte für  $F(z) \geq 0.5$  angegeben.

Wie finden wir den z-Wert für  $F(z) = 0.273$ ?

Wir wissen, dass  $F(z) = 1 - F(-z)$

$$\Rightarrow 0.273 = 1 - F(-z)$$

$$\Rightarrow F(-z) = 1 - 0.273 = 0.727$$

$$\Rightarrow -z = 0.6$$

$$\Rightarrow z = -0.6$$

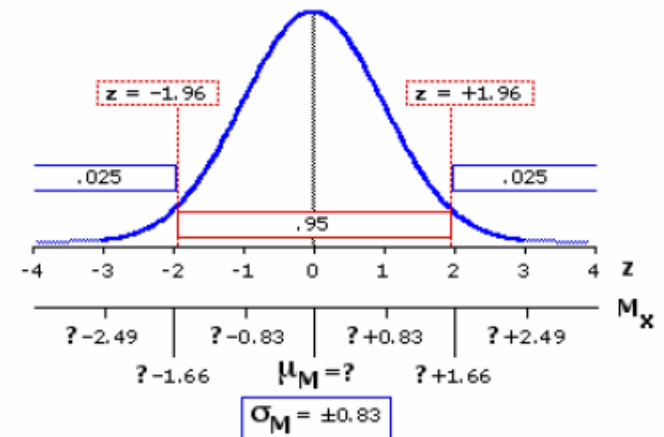
Die optimale Anzahl der Überbuchungen  $y$  wird wie folgt berechnet:

$$y^* = \mu - 0.6 * \sigma = 10 - 0.6 * 5 = 7$$

Die Managerin des Ocean View Hotel sollte 7 Einzelzimmer überbuchen.

## Aufgabe 3: Lösung (4/4)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986



Standardisierung normalverteilter  
Zufallsvariablen ( $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ )

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ mit } Z \sim N(0,1)$$



## Aufgabe 4

Eine Autovermietung stellt fest, dass die Nachfrage nach ihren 45 Mittelklasseautos in den letzten Monaten stagnierte und an vielen Tagen nicht alle Mittelklassewagen vermietet waren. Um die Nachfrage anzukurbeln, plant die Autovermietung ein Sonderangebot einzuführen: Anstatt der üblichen 95 \$/Tag sollen Frühbucher die Möglichkeit haben, einen Mittelklassewagen für 70 \$/Tag 14 Tage im Voraus zu buchen, wenn sie auf ihr Rücktritts- bzw. Umbuchungsrecht verzichten. Aus Erfahrung weiss die Autovermietung, dass die tägliche Nachfrage nach Mittelklassewagen normalverteilt ist mit einem Mittelwert von 20 und einer Standardabweichung von 10. Aufgrund von Testmarktstudien weiss die Autovermietung zudem, dass der Anteil der Schnäppchenjäger, d.h. derjenigen, die nur zum Sondertarif einen Mittelklassewagen buchen, bei 42.5 Prozent liegt. Wie viele Mittelklassenwagen sollte die Autovermietung für den Normaltarif reservieren?



## Aufgabe 4: Lösung (1/5)

Wir sind streng genommen im diskreten Fall. Da die Nachfrage aber mit der Normalverteilung beschrieben wird, verwenden wir die Formel für den stetigen Fall:

$$(12) \quad F(y) = \frac{c_U}{c_U + c_O}$$

Bei der Aufteilung der vorhandenen Kapazität in 2 (oder mehr) Klassen besteht folgender Trade-off. Wenn zu wenig Plätze für den Normaltarif reserviert werden, entstehen „Kosten des Underestimating“ der Nachfrage nach dem Normaltarif. Da in diesem Fall ein Platz zum Diskonttarif verkauft wird, der zum Normaltarif verkauft hätte werden können, entsprechen diese Kosten der Differenz zwischen dem Normal- und dem Diskonttarif.

Analog entstehen „Kosten des Overestimating“, wenn zu viele Plätze für den Normaltarif reserviert werden ( $c_O$ ). Diese Kosten entsprechen dem



## Aufgabe 4: Lösung (2/5)

Umsatzverlust, der dadurch entsteht, dass der Platz frei bleibt, weil er zum Normaltarif nicht mehr nachgefragt wird, aber zum Diskonttarif hätte verkauft werden können. Zugleich kann hier aber auch ein Umsatzgewinn entstehen, wenn nämlich der Kunde, der den Platz normalerweise zum Diskonttarif kaufen wollte, auch bereit ist, notfalls den Normaltarif zu bezahlen. Wenn wir den Normaltarif mit  $N$ , den Diskonttarif mit  $D$  und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde, der zum Diskonttarif kaufen wollte, nicht bereit ist, den Normaltarif zu bezahlen, mit  $\rho$  (und damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde, der zum Diskonttarif kaufen wollte, notfalls auch bereit ist, den Normaltarif zu bezahlen, mit  $(1-\rho)$  bezeichnen, ergibt sich aus der Marginalbetrachtung im Optimum:

$$(13) \quad C_O F(y) = C_U [1 - F(y)]$$

Mit  $C_O = \rho D + (1 - \rho)(-N + D) = D - (1 - \rho)N$

und  $C_U = N - D$



## Aufgabe 4: Lösung (3/5)

Durch Einsetzen und Umformen erhält man:

$$(14) \quad F(y) = \frac{C_U}{C_U + C_O} = \frac{N-D}{\rho N}$$

bzw. für den diskreten Fall

$$(15) \quad \text{Prob}(x < y) = \frac{C_U}{C_U + C_O} = \frac{N-D}{\rho N}$$



## Aufgabe 4: Lösung (4/5)

Im Fall der Autovermietung erhält man:

$$F(y) = \frac{C_U}{C_U + C_O} = \frac{N-D}{\rho N} = \frac{95-70}{0.425 \cdot 95} = 0.619$$

$$\Rightarrow z = 0.3$$

Daraus ergibt sich für die optimale Anzahl von Mittelklassewagen, die für den Normaltarif reserviert werden sollen:

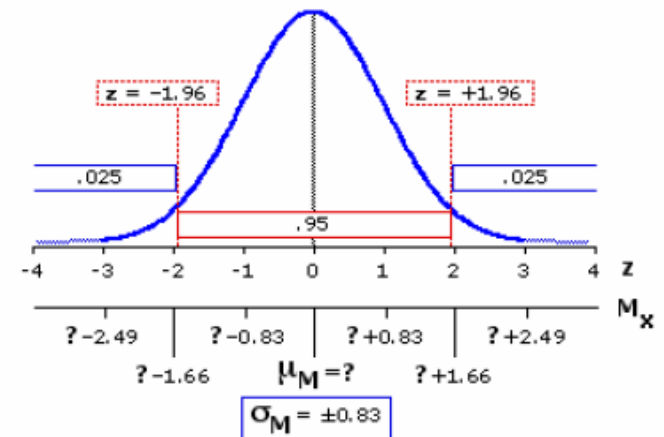
$$y^* = \mu + 0.3 * \sigma = 20 + 0.3 * 10 = 23$$

=> Die Autovermietung sollte 23 Mittelklassewagen für den Normaltarif reservieren



## Aufgabe 4: Lösung (5/5)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986



Standardisierung normalverteilter  
Zufallsvariablen ( $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ )

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ mit } Z \sim N(0,1)$$