

Modulbeschreibung der Veranstaltungen Mathematik I und II

Die Lehrveranstaltungen Mathematik I (Herbstsemester) und Mathematik II (Frühjahrssemester) sind obligatorische Fächer in der Assessmentstufe des Bachelorstudiums der Wirtschaftswissenschaften und Informatik. Sie umfassen pro Semesterwoche eine zweistündige Vorlesung und eine zweistündige Übung. In jedem Semester sind 6 ECTS-Punkte durch eine Klausur zu erwerben.

Mit Hilfe der Vorlesungen und Übungen im Fach Mathematik der Assessmentstufe sollen die Studierenden mit denjenigen mathematischen Konzepten und Techniken vertraut sein, die im weiteren Studium als Grundwissen vorausgesetzt werden. Sie sollen insbesondere in der Lage sein,

- a) ökonomische Probleme und Texte mit mathematischen Sachverhalten zu verstehen.
- b) ökonomische Zusammenhänge quantitativ zu formulieren.
- c) die in anderen Lehrveranstaltungen benötigten mathematischen Hilfsmittel zu beherrschen.

Folgende Themen werden in der jeweiligen Veranstaltung behandelt:

Mathematik I:

- Mengen
 - Die Menge und ihre Elemente (Mächtigkeit, Mengenoperationen, kartesisches Produkt)
 - Zahlenmengen (Vektoren, Abstand, konvexe Mengen, offene und abgeschlossene Mengen, beschränkte Mengen)
- Relationen und Funktionen
 - Relationen (Definition, Umkehrrelation)
 - Funktionen (Definition, Umkehrfunktion, Komposition)
- Folgen und ihre Grenzwerte
 - Definition von Folgen, Reihen und Grenzwerten
 - Eigenschaften konvergenter Folgen (Beschränktheit, Vergleichssätze, Rechenregeln)
 - Besondere Folgen und Reihen (arithmetisch, geometrisch, harmonisch)
- Reelle Funktionen
 - Grundlagen (Definition, wichtige reelle Funktionen, Verknüpfung)
 - Grenzwerte und Stetigkeit (wichtige Grenzwerte, Definition und Prüfung der Stetigkeit, Eigenschaften)
 - Differenzierbarkeit (Differenzen- und Differentialquotient, Stetigkeit als Voraussetzung, Rechenregeln, wichtige Ableitungen, höhere Ableitungen, Eigenschaften, Grenzwertregeln von L'Hospital)
 - Eigenschaften (Monotonie, Konvexität, Symmetrie, Periodizität)
 - Taylorpolynome (Polynome, Taylorpolynome, Satz von Taylor)
 - Extremwertbestimmung (Definition und Bestimmung globaler und lokaler Extrema, Wertebereich)
 - Integralrechnung (Stammfunktion und unbestimmtes Integral, Flächeninhalte und bestimmtes Integral, Rechenregeln, Eigenschaften, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, uneigentliche Integrale)

Mathematik II:

- Linearkombinationen
 - Richtungen von Vektoren (Richtung, Skalarprodukt, orthogonale Vektoren)
 - Die Linearkombination
 - Lineare Unabhängigkeit (Definition, Kriterien zur Überprüfung)
 - Lineare Hülle, linearer Raum und Dimension (Basis und Dimension eines linearen Raums)
 - Matrizen und Rechnen mit Matrizen (Matrix, Matrizenmultiplikation, Matrizenaddition, Zeilenstufenform)
- Lineare Gleichungssysteme
 - Gleichungssysteme (Lösungsmenge, Definition lineares Gleichungssystem, explizite Form, Basislösungen)
 - Ein Eliminationsverfahren (elementare Zeilenumformungen, Grundidee, Erweiterungen, Variationen)
 - Geometrie linearer Gleichungssysteme (lineare Gleichungen und affine Räume)
 - Der Rang einer Matrix (Definition, Berechnung mithilfe des Eliminationsverfahrens, Eigenschaften der Lösungsmenge)
- Lineare Abbildungen
 - Definition und Eigenschaften (Definition, Verknüpfungen, Bild)
 - Die Umkehrabbildung und die Inverse (Definition und Berechnung der Inversen einer Matrix, die Inverse zur Lösung von Gleichungssystemen, Rechenregeln)
 - Determinanten (Definition für 2×2 -, 3×3 - und $n \times n$ -Matrizen, Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems, Flächenveränderung)
 - Eigenwerte und Eigenvektoren (Definition, Berechnung)
- Reelle Funktionen in mehreren Variablen
 - Grundlagen (Definition, geometrische Darstellung)
 - Grenzwerte und Stetigkeit
 - Differenzierbarkeit (Partielle Ableitungen, Gradient, stetig partiell differenzierbare Funktionen, partielle Ableitungen höherer Ordnung, Hesse-Matrix, totales Differential, erste und zweite Richtungsableitung)
 - Eigenschaften (Monotonie, Konvexität, Definitheit und Konvexität)
 - Taylorpolynome (ersten und zweiten Grades)
 - Extremwertbestimmung (Definition und Bestimmung lokaler und globaler Extrema, lokale Extrema von Vertikalschnitten)
 - Mehrfachintegrale (Parameterintegrale, Doppelintegrale)
 - Implizite Funktionen (Definition, Existenz und Differenzierbarkeit für $n = 2$, Verallgemeinerung)
- Einführung in die Optimierung
 - Optimierung mit Nebenbedingungen (Definition, optimale Lösungen, Äquivalenz, globale Extremalstellen und optimale Lösungen, graphische Darstellung)

- Gleichheitsnebenbedingungen (Verfahren der Substitution, Verfahren von Lagrange)
- Lineare Optimierung (Standardform der linearen Optimierung, graphische Lösung, Eckpunkte des zulässigen Bereichs, Bestimmung von Eckpunkten mithilfe von Basislösungen)

Literaturempfehlung:

In dieser Vorlesung richten wir uns nach einem internen Skript welches auf folgenden Quellen basiert:

- Opitz, O., Etschberger, S., Burkart, W., und Klein, R., Mathematik – Lehrbuch: für das Studium der Wirtschaftswissenschaften, De Gruyter Studium 12. Auflage, 2017
- Merz, M. und Wüthrich, M. V., Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Die Einführung mit vielen ökonomischen Beispielen, Vahlen 1. Auflage, 2013
- Dietz, H. M., Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Springer Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2012
- Rommelfanger, H., Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I, Springer Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2008
- Rommelfanger, H., Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II, Springer Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2009
- Strang, G., Lineare Algebra, Springer Berlin Heidelberg, 1. Auflage, 2003
- Sanderson, G., Youtube Channel 3blue1brown, https://www.youtube.com/channel/UCYO_jab_esuFRV4b17AJtAw, 2017